Семинар 10.

Задача 1. Докажите, что аффинное преобразование плоскости $\mathbb{A}^2$ переводит:
а) аффинно независимую тройку точек (то есть тройку точек, не лежащих на прямой) в аффинно независимую;
б) прямые в прямые, сохраняя отношения длин отрезков, лежащих на одной прямой.

Задача 2. Существует ли аффинное преобразование прямой $\mathbb{R}^1$, переводящее точки $5,\ 6,\ 7$ в точки $2,\ 3,\ 4$ соответственно?

Задача 3. Пусть $A,\ B,\ C$ - вершины невырожденного треугольника. Как связаны координаты точки в аффинных системах координат (аффинных реперах) $(A,\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC})$ и $(B,\ \overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{BC})$?

Задача 4. Найдите аффинное преобразование, которое точки $(-1,2),(2,1),(1,-1)$ переводит в точки 4(-3,0), (6,2), (10,-1)4 соответственно. Есть ли у этого преобразования неподвижная точка; неподвижная прямая; инвариантная прямая? Те же вопросы относительно аффинного преобразования $(x_1', y_1') = (x-2y+2, 2x-y+2)$.

Задача 5. Существует ли аффинное преобразование плоскости $\mathbb{R}^2$, которое прямые $x=0,\ y=0,\ x+y-1=0)$ переводит в прямые $x+y=0,\ x-y=0,\ x=1$ соответственно?

Задача 6. Напишите систему линейных неравенств, определяющих внутренность треугольника с вершинами $(2,1),\ (2,-5),\ (-4,-1)$.

Задача 7. Докажите, что если O - центр окружности, вписанной в треугольник ABC, то $O = \frac{a}{a+b+c}A + \frac{b}{a+b+c}B + \frac{c}{a+b+c}A$.

Задача 8. Докажите, что середины диагоналей выпуклого четырехугольника и середина отрезка, соединяющего точки пересечения его противоположных сторон, лежат на одной прямой.