

Сюжеты из теории группы кос и теории квантовых групп: происхождение и применение R -матриц.

П.Н. Пятов, П.А. Сапонов

АННОТАЦИЯ

В этом курсе мы обсуждаем несколько тем из теории группы кос и теории квантовых групп, в которых появляется и применяется один из самых известных объектов современной математической физики — так называемая R -матрица. R -матрица в узком понимании этого термина, с которым мы, в основном, и будем иметь дело, — это решение (кубического матричного) уравнения Янга-Бакстера, известного также как соотношение Артина или уравнение кос.

Сферы применения R -матриц в настоящее время очень разнообразны — от теории точно решаемых моделей статистической физики и теории поля до проблем построения инвариантов узлов, структурной теории и теории представлений квантовых матричных алгебр.

В курсе мы знакомим слушателей с алгебраическими корнями происхождения R -матрицы и ее ролью в теории инвариантов узлов и теории квантовых групп (см. программу курса). Очень важные для современной теоретической физики приложения R -матриц в теории интегрируемых моделей обсуждаются в матфизическом спецкурсе “Анзац Бете”.

Для понимания курса требуется знание линейной алгебры, теории групп и теории представлений в рамках программы первых 2-х курсов матфака. Желательно также знакомство с основами теории групп и алгебр Ли, алгебр Хопфа. Впрочем, все необходимые понятия будут напоминаться в процессе занятий.

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА КУРСА

- Группа кос, ее геометрическое и алгебраическое представления. Конечномерные факторы группы кос и ее групповой алгебры: симметрическая группа, алгебра Гекке. Операторы Юциса-Мерфи и бакстеризованные элементы в алгебре Гекке, ее неприводимые представления, связь с таблицами и диаграммами Юнга.
- R -матричные представления группы кос, примеры R -матриц: R -матрицы $GL(m|n)$ типа. Первые приложения R -матриц: R -след и инварианты узлов.
- Понятие об алгебрах Хопфа. Коумножение, коединица и антипод с точки зрения теории представлений. Дуальные алгебры Хопфа.
- Коммутативная алгебра с пуассоновой структурой и ее квантование. Алгебра функций на группе и скобка Складина как пример r -матричной скобки Пуассона. Квантованная алгебра функций на группе: R -матричный подход (так называемая РТТ-алгебра).
- Алгебра функций на двойственном пространстве к алгебре Ли $gl(n)$, скобка Пуассона-Ли. Квантование скобки Пуассона-Ли и универсальная обертывающая алгебра $U(gl(n))$. Квадратичная скобка на алгебре функций на $gl(n)^*$ и ее согласованность с линейной скобкой Пуассона-Ли — пучок скобок Пуассона. Квантование пучка скобок Пуассона: алгебра уравнения отражений. Структура ее характеристической подалгебры, спектр квантовой матрицы, квантовая версия теоремы Гамильтона-Кэли.
- Теория конечномерных разложимых представлений алгебры уравнения отражений.