2018г

Задание к теме "Алгебры Ивахори-Гекке"

(1) Докажите, что набор элементов Юциса-Мэрфи:

$J_1 := 1, \quad J_{i+1} := b_i J_i b_i, \quad i = 1, \dots, n-1,$

а) порождает коммутативную подгруппу в B_n.

б) Докажите, что элемент $z_n = \prod_{i=1}^{n} J_i$ принадлежит центру B_n

(2) Докажите, что $\dim H_n(q) \leq n!$, построив набор из $n!$ элементов в $H_n(q)$ такой, что их линейная оболочка совпадает с $H_n(q)$ /см. упр. 4 на стр 11 записок лекций/.

(3) Докажите, что алгебра симметрических многочленов от J_i, $i = 1, \dots, n$, принадлежит центру $H_n(q)$ /см. упр. 5 на стр. 14 записок лекций/

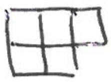
(4) Убедитесь, что элементы $y_i := \frac{J_i - 1}{q - q^{-1}}$, $i = 1, \dots, n$, образуют в пределе $q \to 1$ нетривиальный набор взаимно коммутирующих элементов в $\mathbb{C}[S_n]$. y_i, $i = 1, \dots, n$ — элементы Юциса-Мэрфи для $\mathbb{C}[S_n]$. Получите явные формулы для y_i.

(5) Разберите самостоятельно пункт в) Теоремы 1 и необходимую для его доказательства Лемму / см. стр. 15-19 записок лекций/.

6) Постройте полный набор соотношений для элементов Юциса – Мэрфи J_2, J_3, J_4 в $H_4(q)$.

По этим тождествам постройте пирсовское разложение единицы в сумму (примитивных) идемпотентов в $H_4(q)$. /см. процедуру, описанную на стр. 25–28 записок лекций/.

7) Докажите соотношения Янга - Бакстера (см. (17в) на стр. 32 записок) для бакстеризованных элементов $g_i(x)$ /см. стр 31–32 записок лекций/.

8) Постройте явно матрицы генераторов g_1, g_2, g_3, g_4 для представлений алгебры $H_5(q)$, отвечающих диаграммам Юнга  и , в базисе, диагонализующем элементы Юциса-Мэрфи /см. стр. 33–37 записок лекций/