

Задачи к 06.02.

Задачи 2, 3, 5, 6 и 7 из списка к 30.01 сохраняют свою актуальность.

Новые задачи:

- (1) Мы рисовали треугольник Паскаля по модулю 2 и наблюдали его самоподобие: докажите, что первые 2^n строк этого треугольника разбиваются его средними линиями на четыре треугольника, из которых средний заполнен нулями, а три остальные заполнены одинаково. Найдите необходимое и достаточное условие (в терминах n и k) четности числа $\binom{n}{k}$.
- (2) Аналогичный вопрос для треугольника Паскаля $(\text{mod } p)$ для произвольного простого числа p . (Сначала хотя бы для $p = 3$.)
- (3) Доказать, что отношение на булевой алгебре (или булевом кольце) $a \leq b$ если $ab = a$ является отношением частичного порядка.
- (4) Является ли множество натуральных делителей числа n булевой алгеброй относительно операций НОК и НОД? (Ответ зависит от n .)
- (5) Найти цепочку тождественных преобразований, доказывающих в любой булевой алгебре равенство $x\bar{y} \vee y\bar{z} \vee z\bar{x} = x\bar{z} \vee z\bar{y} \vee y\bar{x}$.