

# Анализ 2019: теоретическая контрольная 1

## по материалу лекций 1-6, 15 марта 2019, 15 минут

1. Определение пространства  $L_2(\mathbb{R})$  через пополнение пространства  $C_2^0$ . Формулировка теоремы о пополнении
2. Эквивалентность двух определений пространства  $L_2(\mathbb{R})$
3. Неравенство Коши-Буняковского в пространстве  $L_2(\mathbb{R})$  и его связь с неравенством  $|\cos x| \leq 1$
4. Общий вид линейного функционала на евклидовом пространстве
5. Общий вид линейного функционала на пространстве  $L_2(\mathbb{R})$
6. Определение гильбертова пространства. Теорема Рисса о базисе
7. Ортогональность систем из тригонометрических функций и экспонент на окружности
8. Полнота этих систем ( с полными формулировками теорем Вейерштрасса о приближении)
9. Разложение в ряд Фурье по базисам из тригонометрических функций и экспонент на окружности
10. Убывание коэффициентов Фурье и равномерная сходимость рядов Фурье для гладких функций к ним самим
11.  $\delta$ -образные последовательности и представление с их помощью непрерывных функций (раздел 3 лекции 3)
12. Равномерность сходимости в предыдущей теореме (раздел 4 лекции 3)
13.  $\delta$ -образные последовательности вида  $C_n \varphi^n(x)$
14.  $\delta$ -образные последовательности вида  $n\varphi(nx)$
15. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции многочленами
16. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции тригонометрическими многочленами
17. Скорость убывания преобразования Фурье финитных функций класса  $C^m$ .
18. Равенство Планшереля для преобразования Фурье финитных гладких функций (без доказательства лемм).

19. Формула обращения для преобразования Фурье финитных гладких функций (без доказательства лемм).
20. Доказательство лемм о преобразовании Фурье.
21. Продолжение преобразования Фурье на пространство  $L_2(\mathbb{R})$  как изометрии. Равенство Планшереля.
22. Какой формулой задается продолженное преобразование Фурье на пространстве  $L_1(\mathbb{R}) \cap L_2(\mathbb{R})$  ?
23. Какой формулой задается продолженное преобразование Фурье на пространстве  $L_2(\mathbb{R}) \setminus L_1(\mathbb{R})$  ?