

## Дополнительные главы алгебры. Задачи к семинару 7.

**Задача 1.** Существует ли ненулевое подкольцо (а) в  $\mathbb{Z}$ ; (б) в  $\mathbb{C}[x, y]$ ; (в)\* в  $\mathbb{Z}[x]$ ; (г)\* в  $\mathbb{F}_p[x]$ ?

**Задача 2.** Укажите какие-нибудь образующие в идеале в кольце многочленов от 3 переменных  $\mathbb{C}[x, y, z]$ , состоящем из функций, обращающихся в нуль на (а) всех координатных плоскостях; (б) на всех координатных прямых; (в) во всех точках вида  $(t, t^2, t^3)$ , где  $t \in \mathbb{C}$ ; (г)\* во всех точках вида  $(t, t^2, t^3)$ , где  $t \in \mathbb{Z}$ .

**Задача 3.** Найдите (задайте образующими и соотношениями) кольцо полиномов от 2 переменных, инвариантных относительно действия (а) группы диэдра  $D_n$ ; (б) группы вращений правильного  $n$ -угольника  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ .

**Задача 4.** Укажите какие-нибудь образующие в идеале в кольце из предыдущей задачи, состоящем из функций, обращающихся в нуль (а) на всех ребрах правильного многоугольника; (б) во всех вершинах правильного многоугольника; (в) во всех вершинах и во всех серединах сторон правильного многоугольника.

**Задача 5.** Найдите (задайте образующими и соотношениями) кольцо полиномов от 3 переменных, инвариантных относительно действия (а) группы симметрий правильного тетраэдра; (б) группы вращений правильного тетраэдра.

**Задача 6.** Укажите какие-нибудь образующие в идеале в кольце из предыдущей задачи, состоящем из функций, обращающихся в нуль (а) на всех гранях правильного тетраэдра; (б) во всех вершинах правильного тетраэдра; (в)\* на всех ребрах правильного тетраэдра.