Уважаемые студенты, записавшиеся на НИС Геометрия и группы!

19 марта с 15.30 до 17.00 в аудитории, номер которой указан в расписании, состоится первая зачетная контрольная.

Задачи для подготовки к контрольной

1. Пусть Γ – дискретная (кристаллографическая) группа движений евклидова пространства, $V(x_0)$ – ее фундаментальный многогранник Вороного, G-граф смежности соответствующего замощения евклидова пространства многогранниками Вороного. Доказать, что граф G изоморфен графу Кэли $(\Gamma, \{g_\alpha\})$, где $\{g_\alpha\}$ – это набор преобразований смежности многогранника Вороного.

2. Отождествив евклидову плоскость с множеством комплексных чисел, рассмотрим на этой плоскости полную решетку $L = O(\sqrt{-7})$, состоящую из целых алгебраических чисел поля $\mathbb{Q}(\sqrt{-7})$. Как известно, классы подобных плоских полных решеток "нумеруются" точками модулярной фигуры. Какая точка фигуры отвечает решетке L?

3. На проколотой плоскости $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} - 0$ рассмотрим действие бесконечной циклической группы $\Gamma = \langle g \rangle$: $g(z) = (2+i)z$.

Доказать,что:

а) Γ действует на $\mathbb{C}^*$ дискретно,

б) построить какую-нибудь фундаментальную область для указанного действия и доказать, что фактор-пространство $\mathbb{C}^*/\Gamma$ гомеоморфно тору T^2.

4. Доказать, что дискретная кристаллографическая группа движений евклидовой плоскости содержит два линейно независимых параллельных переноса.

5. Найти порядки групп Кокстера H_3 и H_4.

6. Может ли выпуклый центрально-симметричный 14-угольник служить фундаментальной областью для дискретной группы параллельных переносов евклидовой плоскости?