

Экзамен по НИСу Геометрия и группы состоится 21 мая 2019 года. Начало письменного экзамена в 15.30. Продолжительность экзамена 1 час 30 минут. Количество задач 2.

Вопрос для подготовки к экзамену: что такое триангуляция Делоне и как она выглядит для замощения плоскости шестиугольниками?

Задачи для подготовки к экзамену.

Азы гиперболической геометрии.

1. Докажите, что гиперболическая метрика $\frac{(dx)^2+(dy)^2}{y^2}$ на верхней полуплоскости $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > 0\}$ (верхняя полуплоскость с такой метрикой называется плоскостью Лобачевского) инвариантна относительно диффеоморфизма $\phi: (x, y) \rightarrow \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$.

2. Докажите, что диффеоморфизм ϕ из задачи 1 сохраняет евклидовы углы между кривыми.

3. Найдите расстояние от точки $P = (3/2, 4)$ до гиперболической прямой, пересекающей ось x в точках 1 и 2.

4. Найти расстояние между ортогональными проекциями точек $P = (1, 2)$ и $Q = (2, 3)$ на положительный луч оси y .

5. Доказать, что группа матриц второго порядка с положительным определителем, действующая на верхней полуплоскости H дробно-линейными преобразованиями (это как?), изоморфна группе собственных движений плоскости Лобачевского.

6. Выяснить, как устроен стабилизатор точки $(0, 1)$ в группе собственных движений плоскости Лобачевского.

7. Будет ли модулярная фигура областью Вороного для какой-нибудь своей точки?