

Экзамен по курсу Дифференциальная геометрия состоится 23 мая 2019 года (по поводу аудитории смотри доску объявлений).

Экзамен письменный. Начало экзамена в 15.30. Продолжительность 2 часа. Количество задач 2.

Перед тем, как писать экзамен, поймите, как формируется итоговая оценка.

Вопросы:

Как задать связность линейного расслоения на гладкой замкнутой поверхности рода g ?

Что такое кэлерово многообразие? Как вычислить голоморфную кривизну комплексного шара?

Что такое связность в главном расслоении?

Что такое линейная группа Ли и ее касательная алгебра Ли?

Задачи:

1. Описать касательное пространство в единице для группы $SU(2)$ и объяснить, как устроена скобка Ли в ее касательной алгебре.

2. Построить бинвариантную риманову метрику на группе $SU(2)$.

3. Доказать инвариантность построенной метрики относительно симметрии $\sigma(g) = g^{-1}$.

4. Найти связность Леви-Чивита для построенной метрики на группе $SU(2)$ и вычислить ее секционную кривизну Гаусса.

5. Описать все геодезические связности Леви-Чивита на группе $SU(2)$, проходящие через единицу.

6. Существует ли на группе $SL(2, R)$ бинвариантная риманова метрика? А бинвариантная Лоренцева метрика?

7. Рассмотрим на группе $G = SL(2, R)$ экспоненциальное отображение $\exp: T_e G \rightarrow G$. Сюръективно ли это отображение? Инъективно ли оно?

8 (если останется время). Можно ли на группе $SL(2, R)$ построить левоинвариантную риманову метрику отрицательной секционной кривизны $K < -5$?