

10. Графы под шубой

Задача 10.1. Можно ли, сделав несколько ходов конями из исходного положения, изображенного на рис. 1 слева, расположить их так, как показано на рис. 1 справа?

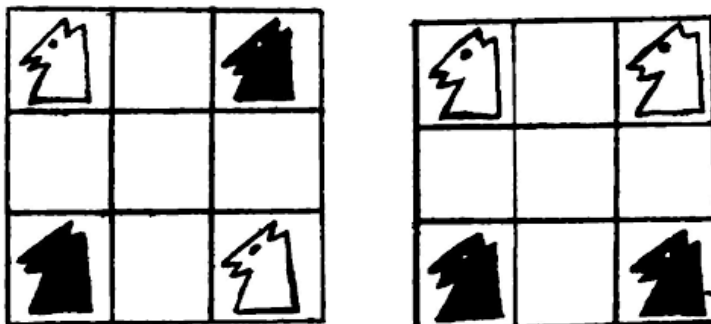


Рис. 1:

Задача 10.2. а) Нарисуйте, как соединить 12 компьютеров в сеть, чтобы выполнялись следующие условия:

- каждый кабель соединяет ровно два компьютера;
- к каждому компьютеру подключено ровно 3 кабеля;
- любой компьютер может передать по кабелям сообщение любому другому так, чтобы оно прошло не более 2-х компьютеров по пути.

б) То же самое, только вместо компьютеров рассматриваются процессоры на одной стороне печатной платы: дополнительно требуется, чтобы кабели были расположены на той же стороне платы и не пересекались между собой.

Задача 10.3. а) Некоторые пары (из конечного числа) городов соединены (беспересадочными) авиалиниями. Обязательно ли найдутся два города, из которых можно перелететь (за один раз) в одинаковое число городов?

б) Агент иностранной разведки сообщил, что каждая из 15 бывших республик СССР заключила договор ровно с 3 другими. Можно ли ему доверять?

в) В некотором царстве имеются столица, город Дальний и несколько других городов. Некоторые пары городов соединены дорогами (дороги могут пересекаться). Из столицы выходит 21 дорога, из города Дальнего одна дорога, а из остальных городов по 20 дорог. Обязательно ли из столицы можно проехать в Дальний (возможно, с пересадками)?

Задача 10.4. Выпуклый многоугольник (отличный от треугольника) разбит на треугольники несколькими диагоналями, не пересекающимися нигде, кроме вершин. Обязательно ли найдутся хотя бы два треугольника разбиения, примыкающие к сторонам многоугольника двумя сторонами?

Задача 10.5. а) В Думе 450 депутатов, каждый из которых ударил одного из других. Докажите, что среди них можно выбрать 150 депутатов, среди которых никто никого не бил.

б) На выборах в Думу каждый избиратель, если он приходит на выборы, голосует за себя (если он является кандидатом) и за всех тех кандидатов, которые являются его друзьями (список кандидатов и их друзей зафиксирован). Прогноз социологической службы считается *хорошим*, если в нем правильно предсказано количество голосов, поданных хотя бы за одного из кандидатов, и *нехорошим* в противном случае. Докажите, что при любом прогнозе избиратели могут так явиться на выборы, что этот прогноз окажется *нехорошим*.