Задачи к 24.05.

(1) В задача 4 с прошлого раза одно утверждение верное, а одно нет. Докажите верное.

(2) Пусть a точка перегиба кривой X, l — касательная к X в точке a. Покажите, что кривая $\check{X}$ особа в точке l, и опишите характер особенности.

(3) Сколько прямых и точек может быть в конфигурации, в которой любые две точки лежат на прямой, проходящей еще через одну точку этой конфигурации? Опишите все известные примеры такого рода, содержащие не более, чем 9 точек.

(4) Докажите, что если кубика X неособа, то она пересекается со своим гессианом трансверсально.

(5) Пусть A, B — точки на кубике. Через $A*B$ будем обозначать третью точку пересечения прямой AB с кубикой. Зафиксируем на кубике произвольную точку O. Докажите, что формула $(A, B) \mapsto O * (A * B)$ определяет групповой закон на кубике.

(6) Сколько точек порядка 2 и 3 в этой группе? Как геометрически описать эти точки, если в качестве O взята точка перегиба?