

## Задачи к экзамену по НИС «Геометрия и динамика» (весна 2019 г.)

Оценка за экзамен равна  $S - 3$ , где  $S$  — сумма баллов за задачи.

**Задача 1** (2). Пусть  $f$  — сохраняющий ориентацию гомеоморфизм окружности. Доказать, что все его периодические орбиты имеют одинаковый период.

**Задача 2** (3). Пусть  $K$  — непустое канторовское множество, являющееся подмножеством окружности  $S^1$ . Построить отображение окружности, для которого  $K$  — минимальное множество.

**Задача 3** (2 + 3). Существует ли такое векторное поле на проективной плоскости, что для некоторой точки  $x$  выполнено  $\alpha(x) = \omega(x) = \gamma$ , где

- а)  $\gamma$  — периодическая траектория этого векторного поля;
- б)  $\gamma$  — замкнутая кривая без самопересечений, состоящая из особых точек векторного поля?

**Задача 4** (1 + 2). Рассмотрим отображение а)  $f(x) = -x$ ; б)  $f(x) = -x/2$  окрестности нуля на прямой в себя. Будет ли оно структурно устойчиво?

**Задача 5** (2 + 3). Рассмотрим отображение  $f(z, \omega) = (z/10 + e^{2\pi i \omega}/5, 2\omega)$  полнотория  $M = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\} \times (\mathbb{R}/\mathbb{Z})$  в себя. Соленоид Смейла—Вильямса — это множество  $\Lambda = \bigcap_{n=0}^{\infty} f^n(M)$ . Докажите, что: а)  $\Lambda$  связно, б)  $\Lambda$  не линейно связно.

**Задача 6** (3). Найдите число периодических точек периода ровно 2019 (то есть таких  $x$ , что  $f^{2019}(x) = x$ , но  $f^k(x) \neq x$  при  $k = 1, \dots, 2018$ ) у отображения соленоида из предыдущей задачи. (Можно пользоваться результатом о кодировании, сформулированным на лекции.)