

## Анализ 2019: теоретическая контрольная 3 по материалу лекций 13 – 18, 14 июня 2019, 15 минут

Вопросы со \* обязательны для студентов совбака, вопросы с \*\* - для всех.

### Обобщенные функции

1. Пространство основных функций: определение, примеры, сходимость
2. \*\* Описание всех сферически симметричных гармонических функций в  $\mathbb{R}^3$ .
3. Определение и сходимость обобщенных функций. Сходимость  $\delta$ -образной последовательности обычных функций к  $\delta$ -функции в  $D'$
4. \*\* Построение  $\delta$ -образной последовательности  $f_n$  в  $L_1(\mathbb{R}^3)$  и последовательности  $u_n \in C^1(\mathbb{R}^3) : \Delta u_n = f_n$ .
5. Обычные функции как обобщенные. Дифференцирование обобщенных функций и его связь с дифференцированием обычных функций.
6. \* Фундаментальные решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
7. \* Фундаментальные решения и их применение к решению неоднородных уравнений.
8. \*\* Фундаментальное решение уравнения Лапласа в  $\mathbb{R}^3$
9. Пространства  $D(\mathbb{R}^n)$  и  $D'(\mathbb{R}^n)$ . Сходимость в них.

### $\Gamma$ -функция

10. Определение и голоморфность  $\Gamma$ -функции в области  $\operatorname{Re} z > 2$ .
11. Формула сдвига. Мероморфное продолжение  $\Gamma$ -функции на всю плоскость.
12. Полюса и вычеты  $\Gamma$ -функции.
13. Убывание  $\Gamma$ -функции на бесконечности в вертикальных полосах.
14. \* Лемма о росте для 1-периодических голоморфных функций.
15. Формула отражения.
16. \* Аксиоматическое описание  $\Gamma$ -функции.

### Цветы одномерной теории меры

17. \*\* Лемма о частичном покрытии.

18. \*\* Лемма об измеримости нижнего  $\alpha$ -многожества.
19. \*\* Теорема о точках плотности.
20. \*\* Лемма о нулевой производной.
21. \*\* Формула Ньютона-Лейбница для ограниченных измеримых функций.
22. \*\* Формула Ньютона-Лейбница для неограниченных измеримых функций.
23. \*\* Дифференцируемость почти всюду монотонной функции.
24. \*\* Два определения функций ограниченной вариации. Дифференцируемость почти всюду функций ограниченной вариации.