

Графы на поверхностях
Задача 3

Подписанные задания отдавать в учебную часть.

$M_N(\mathbb{C})$ — $2N^2$ -мерное пространство комплексных матриц размера $N \times N$.
 $Z \in M_N(\mathbb{C})$ — матрица.
 $F(Z)$ функция от матрицы Z .

$$\langle F(Z) \rangle = \frac{1}{\pi^N} \int_{M_N(\mathbb{C})} F(Z) \exp(-\text{Tr}(ZZ^+)) \prod_{1 \leq i, j \leq N} d\text{Re}(Z_{ij}) d\text{Im}(Z_{ij})$$

Для приведенных ниже функций от матриц $\langle F(Z) \rangle$ многочлен от N , коэффициенты многочлена связаны с суммированием по рисункам разных родов.

Выберите $F(Z)$. Посчитайте $\langle F(Z) \rangle$ для нужного количества разных N и найдите коэффициенты многочлена. Нарисуйте для всех родов соответствующие рисунки с указанием порядков групп автоморфизмов.

Задачи на 9 баллов:

1.1) $F(Z) = \text{Tr}(Z^4) \text{Tr}((Z^+)^2) (\text{Tr}(Z^+))^2$

1.2) $F(Z) = \text{Tr}(Z^5) \text{Tr}((Z^+)^2) (\text{Tr}(Z^+))^3$

1.3) $F(Z) = \text{Tr}(Z^6) \text{Tr}((Z^+)^2) (\text{Tr}(Z^+))^4$

Задачи на 10 баллов:

2.1) $F(Z) = \text{Tr}(Z^4) \text{Tr}(Z) \text{Tr}((Z^+)^3) \text{Tr}((Z^+)^2)$

2.2) $F(Z) = \text{Tr}(Z^4) \text{Tr}((Z^+)^3) \text{Tr}(Z^+)$

2.3) $F(Z) = \text{Tr}(Z^5) \text{Tr}((Z^+)^2) \text{Tr}((Z^+)^2) \text{Tr}(Z^+)$