

Семинар 5.

Задача 1. Докажите, что над полем \mathbb{C} уравнение невырожденной коники по Штейнеру может быть в подходящих проективных координатах $(x_0 : x_1 : x_2)$ в \mathbb{P}^2 записано в виде $x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 = 0$.

Задача 2. Пусть уравнение коники C в \mathbb{P}^2 записано в виде

$$\mathbf{x}A\mathbf{x}^T = 0, \quad (*)$$

где $\mathbf{x} = (x_0x_1x_2)$ - строка проективных координат, а $A = (a_{ij})_{0 \leq i, j \leq 2}$ - симметрическая (3×3) -матрица. Пользуясь геометрическими свойствами поляры, для произвольной точки Y в \mathbb{P}^2 со строкой проективных координат $\mathbf{y} = (y_0y_1y_2)$ напишите уравнение поляры $P_Y(C)$ точки Y относительно коники C , заданной уравнением (*).

Задача 3. Какой геометрический смысл имеет условие $\det A = 0$ на коэффициенты матрицы A в уравнении (*) коники C .