

Программа экзамена (теория)

1. Марковские цепи (МЦ) с конечным числом состояний. Определение и основные свойства.
2. Стохастические матрицы и их свойства. Матрица переходных вероятностей марковской цепи (МПВ). Формула для распределения вероятностей $p^{(n)}$ на n -ом шаге через МПВ. Однородные МЦ.
3. Примеры МЦ: случайные блуждания; модель Гальтона-Ватсона; модель, используемая в алгоритме PageRank (в простейшей его версии, рассмотренной на лекции).
4. Стационарные состояния МЦ. Их существование (метод Боголюбова-Крылова).
5. Эргодическая теорема для МЦ (при условии, что МПВ эргодическая).
6. Закон больших чисел для МЦ.
7. Алгоритм Метрополиса-Гастингса для модификации МЦ таким образом, чтобы заданное распределение стало ее стационарным состоянием.
8. Теорема Перрона-Фробениуса и леммы вокруг нее.
9. Период неприводимой марковской цепи.