**Группа кос, R-матрицы и квантовые группы**

**П.Н.Пятов и П.А.Сапонов**

**Весенний семестр 2019/2020 уч.г., 2 пары в неделю**

В этом курсе мы обсуждаем несколько тем из теории группы кос и теории квантовых групп, в которых появляется и применяется один из самых известных объектов современной математической физики --- так называемая $R$-матрица. $R$-матрица в узком понимании этого термина, с которым мы, в основном, и будем иметь дело, --- это решение (кубического матричного) уравнения Янга-Бакстера, известного также как соотношение Артина или уравнение кос.

Сферы применения R-матриц в настоящее время очень разнообразны --- от теории точно решаемых моделей статистической физики и теории поля до проблем построения инвариантов узлов, структурной теории и теории представлений квантовых матричных алгебр.

В курсе мы знакомим слушателей с алгебраическими корнями происхождения $R$-матрицы и ее ролью в теории инвариантов узлов и теории квантовых групп (см. программу курса). Очень важные для современной теоретической физики приложения $R$-матриц в теории интегрируемых моделей обсуждаются в матфизическом спецкурсе “Анзац Бете”.

**Пререквизиты:** Для понимания курса требуется знание линейной алгебры, теории групп и теории представлений в рамках программы первых 2-х курсов матфака. Желательно также знакомство с основами теории групп Ли и алгебр Ли, алгебр Хопфа. Впрочем, все необходимые понятия будут напоминаться в процессе занятий.

**Примерная программа курса**

* Группа кос, ее геометрическое и алгебраическое представления. Конечномерные факторы группы кос и ее групповой алгебры: симметрическая группа, алгебры Ивахори-Гекке и Бирман-Мураками-Венцля.
* Классификация неприводимых представлений алгебр Ивахори-Гекке: подход в духе Вершика-Окунькова.
* R-матричные представления группы кос. Примеры R-матриц: R-матрицы GL(m|n), O(n) и Sp(n) типов.
* Марковский след на алгебре Ивахори-Гекке. R-след и R-матричная техника. Приложения в теории инвариантов зацеплений и в квантовых спиновых цепочках.
* Понятие об алгебрах Хопфа. Коумножение, коединица и антипод с точки зрения теории представлений. Двойственные алгебры Хопфа.
* Коммутативная алгебра с пуассоновой структурой и ее квантование.
* Алгебра функций на группе и скобка Склянина как пример r-матричной скобки Пуассона. Квантованная алгебра функций на группе: R-матричный подход (так называемая RTT-алгебра).
* Алгебра функций на двойственном пространстве к алгебре Ли gl(n), квантование пучка скобок Пуассона, алгебра уравнения отражений с R-матрицей GL(n) типа.
* Структура алгебры уравнения отражений GL(n) типа, характеристическая подалгебра, квантовая версия теоремы Гамильтона-Кэли, спектр квантовой матрицы.
* Теория конечномерных разложимых представлений алгебры уравнения отражений GL(n) типа.

**Дополнительная литература**

* O.Ogievetsky, P.Pyatov, `Lecture on Hecke algebras’. Preprint CPT-2000/P.4076.
* J.S.Birman and T.E.Brendle, `Braids: a Survey’, arXiv:math/0409205 [math.RT]. In: `Handbook of Knot Theory’, edited by: W.Menasco and M.Thistlethwaite, Elsevier B. V. 2005, ISBN: 978-0-444-514­52-3
* Кассель К., ‘Квантовые группы’, Фазис, 1999.
* A.Klimyk, K.Schmuedgen, `Quantum groups and their representations’, Springer, 1997, ISBN-10:3642646018

**Порядок оценивания**

Накопленная оценка “Накоп” = оценка за выполненные задания листков (оценивается из 10 баллов). Если “Накоп” >= 8, то результирующая оценка “Рез”=”Накоп”. Если “Накоп”<8, то сдается письменный экзамен (оценивается из 10 баллов), и результирующая оценка “Рез”=(“Накоп”+”Экз”)/2 – округляется по обычным правилам.