

## Задачи к 28.02.

Напоминаю, что мы еще не обсудили задачи 4-6 с прошлого раза.

- (1) Какое наибольшее число тупиковых ДНФ может иметь булева функция от 4 переменных? (Это, конечно, решается только с использованием компьютера.)
- (2) Докажите, что линейная непостоянная булева функция принимает значения 0 и 1 одинаковое число раз.
- (3) (Решили сразу.) Мы увидели, что множество монотонных булевых функций с операциями дизъюнкции, конъюнкции и двойственности ( $f^*(x) = \bar{f}(\bar{x})$ ) удовлетворяет всем аксиомам булевой алгебры, кроме закона исключенного третьего и двойственного к нему.
- (4) Докажите, что каждый из пяти замкнутых классов Поста ( $T_0$ ,  $T_1$ ,  $L$ ,  $S$  и  $M$ ) является максимальным, т.е. не содержится ни в каком другом замкнутом классе.
- (5) Доделайте доказательство теоремы Поста: нам остался последний шаг, а именно придумать, как, имея константы, отрицание и какую-нибудь нелинейную функцию, выразить конъюнкцию или дизъюнкцию.
- (6) Напишите явные выражения основных булевых функций (константы, отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, сложение) через штрих Шеффера или стрелку Пирса. (Иногда удобнее рисовать схемы из функциональных элементов.)