

Следующее занятие 24-ого февраля!!!

Листок 14 Альфа

Подсчет двумя способами. Часть 1.

**Упражнение 1:** Можно ли расставить числа в таблице  $6 \times 9$  так, чтобы в каждом столбце была сумма по 10, а в каждой строке – по 20?

**Упражнение 2:** На выставке собак каждый посетитель погладил ровно 8 собак. При этом оказалось, что каждую собаку погладили ровно 12 посетителей. Сколько было собак, если на выставке было 123 посетителя?

1. В строку записаны 10 чисел, причем сумма любых трех подряд равна 7, а сумма всех равна 22. Найдите седьмое число.
2. Грани игрального кубика пронумерованы числами 1, 2, 3, 4, 5, 6. Для каждой грани выписали сумму чисел на соседних с ней гранях. Чему равна сумма выписанных чисел?
3. Две команды разыграли первенство отряда по десятиборью, причем за победу в каждом из видов команда получала 4 очка, за ничью – 2 очка и за проигрыш – 1 очко. Вместе обе команды набрали 46 очков. Сколько было ничьих?
4. В некоторых клетках прямоугольной доски с 7 строками и 8 столбцами стоят фишки, причём в клетке может стоять сразу несколько фишек. В каждой строке стоит не менее 18 фишек, а в каждом столбце стоит не более 16 фишек. Сколько фишек может располагаться на доске?
5. По окончании конкурса балльных танцев, участники (в беспорядке, мальчики и девочки) назвали число своих выступлений: 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6. Не ошибся ли кто-нибудь?
6. На Луне 16 государств, в каждом живёт либо Лунты, либо племя Мунты. Каждая страна Лунтов воюет с 6 странами Мунтов, а каждая страна Мунтов воюет с 2 странами Лунтов. Сколько стран Лунтов на Луне?

Подсчет двумя способами. Часть 2.

7. Футбольный мяч состоит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый - с 3 белыми и 3 черными. Сколько лоскутов белого цвета?
8. Можно ли между числами от 1 до 10 включительно так расставить знаки плюс и минус, что получившаяся сумма будет равна 0?
9. На бал приехали принцы и принцессы. Не лишённая чувства юмора Королева может расставить всех принцесс в шесть колонн так, чтобы все рыжие принцессы заняли ровно две колонны. Не лишённый военного воспитания Король может расставить всех рыжих гостей в восемь шеренг так, что принцессы займут ровно две шеренги. Кого на балу больше: рыжих или принцесс?
10. Мама попросила трех братьев вымыть посуду. Посуду братьям мыть не особо хотелось, поэтому они решили устроить небольшое соревнование: взяли учебник по математике и начали решать задачки наперегонки. Тот, кто решил задачу первым, мыл одну тарелку, тот, кто решил задачу вторым - две тарелки, а решивший медленнее всех - три тарелки. Пришедшей домой маме они радостно доложили, что в итоге каждый вымыл по 15 тарелок. Докажите, что братья ошиблись при подсчёте.
11. Дано 26 чисел. Известно, что сумма любых пяти из них четна. Докажите, что сумма всех чисел четна.

### Подсчет двумя способами. Часть 3.

12. Докажите, что нельзя выписать в строку 70 чисел так, чтобы сумма любых 7 идущих подряд чисел была больше 90, а сумма любых 10 идущих подряд чисел — меньше 120.
13. В классе, где я учился, каждый мальчик дружил с тремя девочками, а каждая девочка - с двумя мальчиками. При этом в классе был 31 отличник и стояло 19 парт. Сколько учеников было в моем классе?
14. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трех сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?
15. Первый разбойник взял 100 рублей и 20-ю часть оставшейся добычи, второй взял 200 рублей и 20-ю часть остатка, третий – 300 рублей и 20-ю часть остатка, и так далее. Оказалось, что добычу поделили поровну. Сколько разбойников и какова добыча?
16. Андрей, Максим и Влад играли в настольный теннис «навывлет» (проигравший игрок, уступает место не игравшему игроку). Получилось, что Андрей сыграл всего 10 партий, Максим провел 16 партий, а Влад 17. Кто из мальчиков проиграл во второй партии?

### Подсчет двумя способами. Часть 3.

12. Докажите, что нельзя выписать в строку 70 чисел так, чтобы сумма любых 7 идущих подряд чисел была больше 90, а сумма любых 10 идущих подряд чисел — меньше 120.
13. В классе, где я учился, каждый мальчик дружил с тремя девочками, а каждая девочка - с двумя мальчиками. При этом в классе был 31 отличник и стояло 19 парт. Сколько учеников было в моем классе?
14. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трех сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?
15. Первый разбойник взял 100 рублей и 20-ю часть оставшейся добычи, второй взял 200 рублей и 20-ю часть остатка, третий – 300 рублей и 20-ю часть остатка, и так далее. Оказалось, что добычу поделили поровну. Сколько разбойников и какова добыча?
16. Андрей, Максим и Влад играли в настольный теннис «навывлет» (проигравший игрок, уступает место не игравшему игроку). Получилось, что Андрей сыграл всего 10 партий, Максим провел 16 партий, а Влад 17. Кто из мальчиков проиграл во второй партии?

## Подсчет двумя способами. Решение

10	10	10	10	10	10
Сумма всех столбцов 60.					

Упр. 1.

20	Сумма всех строк 180
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	

Вывод: тк суммы не совпадают, значит не можем быть.

Упр. 2. Давайте посчитаем число поглаживаний двумя способами. Первый, 12 умножить на количество собак. Вторым:  $123 \cdot 8$  умножить на 12. Так как это число поглаживаний одинаковой в двух случаях, то  $123 \cdot 8 / 12 = 82$  собаки

- $22 - 7 \cdot 3 = 1$
- $4(1+2+3+4+5+6) = 84$ .
- В случае ничьей обе команды в сумме получают 4 очка, а иначе – 5 очков. Если бы произошло 10 ничьих, то всего команды набрали бы  $4 \cdot 10 = 40$  очков. Каждая результативная игра добавляет к этой сумме по одному очку. Значит, было  $46 - 40 = 6$  результативных игр и 4 ничьи.
- Подсчитаем сумму всех фишек двумя способами. Тк в каждой строчке не менее 18, то во всех 7 стоках не менее 126 фишек. В каждом столбце не более 16 фишек – во всех столбцах не более 126. Тк не менее 126 и не более 126 – то это единственная сумма всех фишек. Должен быть конкретный пример (можно все фишки расположить по диагонали).
- Сумма всех чисел равна 74. Мальчик может танцевать только с девочкой, а девочка с мальчиком. Значит будет две группы по 37 человека. 37 не делится на 3, а все числа кроме 5 делится на три. 5 – может быть в одной группе, например в группе девочек, значит в группе мальчиков будут все число делящиеся на 3, а этого не может быть. Следовательно, кто-то ошибся.
- Обозначим Лунты – Л, Мунты – М. Подсчитаем количество войн двумя способами. 6 умножим Л или 2 умножим М. Так как число войн одинаковое, то  $6 \text{ Л} = 3 \text{ М}$ . Значит, 3 Л = М. Мунтов в 3 раза больше чем Лунков,  $16 : (3+1) = 4$
- Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через  $x$ . Тогда лоскутков чёрного цвета будет  $32 - x$ . Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество "границ" белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно  $3 \cdot x$ . С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно  $5 \cdot (32 - x)$ . Получаем уравнение  $3x = 5 \cdot (32 - x)$ . Отсюда  $8x = 160$  и  $x = 20$ .
- Если сложить все числа, будет 55. Для того чтобы получить 0, нужно чтобы сумма числа со знаком «+» и сумма чисел со знаком «-» была одинаковой и четно. Тк 55 нечётно. Значит нельзя.
- Рыжие принцессы входят в два построения. По принцессам они занимают 2 колонны из 6. С другой стороны, занимают 2 шеренги из 8. Рыжие принцессы - треть в колонне и четверть в шеренги.  $3x$  меньше  $4x$ , значит рыжих больше.
- Посчитаем двумя способами: 1)  $15 \cdot 3 = 45$  всего помытых тарелок. 2)  $(1+2+3) \cdot$  количество подходов к решению задач =  $6 \cdot \text{КП} = 45$ . Т.к. 45 не делится на 6 то братья ошиблись с подсчётами.

11. Посчитаем общую сумму 26 чисел: 5 групп по 5 чисел – сумма четная, и 1 число либо чётное, либо нечетное. Четность любого отдельного числа должна совпадать с четностью общей суммы, значит все числа четные или нечетные, следовательно вся сумма четна.
12. Допустим можно. 10 групп по 7 чисел – будет больше 900, а 7 групп по 10 чисел будет меньше 840. Т.к. у этих групп нет ничего общего (больше 900, но меньшее 840). Значит действительно нельзя.
13. Всего дружб было в 3 раза больше, чем мальчиков – с одной стороны, и в 2 раза больше, чем девочек – с другой стороны. Значит, девочек было в полтора раза больше, чем мальчиков, то есть девочек – 3 части и мальчиков – 2 части. Часть – число целое, поскольку равна разности между числом девочек и числом мальчиков. Тогда всего в классе 5 частей, то есть общее число учеников делится на 5 с другой стороны, учеников не меньше 31 и не более  $19 \times 2 = 38$  (за партой – не более двух человек), и единственно возможный ответ – 35
14. Каждый правящий потомок приносит по 3 сына в общее число потомков. Правящих Горохов было 17, значит у них всего 51 сын. Добавим сюда одного Гороха I, который не был сыном ни одного из правящих Горохов. Получаем, что в династии было 52 человека, из них 17 царствовали, и  $52 - 17 = 35$  умерли во младенчестве.
15. Последний взял сколько-то рублей сразу и 20-ю часть остатка. Но добыча оказалась поделена поровну, значит, этот остаток равен нулю. Предпоследний сначала взял на 100 рублей меньше, чем последний, а затем – 20-ю часть остатка. В итоге у них оказалось поровну, то есть 20-я часть этого остатка и равна 100 рублям. Тогда этот остаток составлял 2000 рублей, и  $19/20$  его забрал последний разбойник. Это составило 1900 рублей, и всего разбойников было 19. Суммарная добыча составляет  $1900 \times 19 = 36100$  рублей.
16. . Общее количество сыгранных партий было  $(10 + 15 + 17) / 2 = 21$ . Если трое играют «навтылет», то любой игрок пропускает не больше одной партии подряд. Значит, если Андрей играл в первой партии, то из остальных 20 партий он играл хотя бы в 10 и всего получается не менее 11 партий. Противоречие. Значит, Андрей впервые вышел играть во второй партии. Если бы он эту партию выиграл, то играл бы и в 3, а также не менее, чем в 9 из 18 оставшихся партий. Но тогда бы он сыграл более 10 раз. Противоречие. Следовательно, во втором матче Андрей проиграл. Ответ: Андрей