Лекция 1.

I Дивизоры.

Пусть M – комплексное многообразие, $\{U_\alpha, z_\alpha\}$ – атлас комплексной структуры. Предположим, что на каждой координатной окрестности (мы выбираем их связными) U_α задана мероморфная функция f_α, причем на пересечении $U_\alpha \cap U_\beta$ отношение $\zeta_{\alpha\beta} = f_\alpha / f_\beta$ является голоморфной, нигде не равной нулю, функцией (единица в дальнейшем). Легко проверить, что $\zeta_{\alpha\beta} \cdot \zeta_{\beta\gamma} = \zeta_{\alpha\gamma}$ на $U_\alpha \cap U_\beta \cap U_\gamma$

Это еще не дивизор, но его представление $\{U_\alpha, f_\alpha\}$.

Важно подчеркнуть, что f_α – локальные мероморфные функции

- Два представления $\{U_\alpha, f_\alpha\}$ и $\{V_\beta, g_\beta\}$ назовем эквивалентными, если на $U_\alpha \cap V_\beta$ существует такая единица $h_{\alpha\beta}$, что $$f_\alpha = h_{\alpha\beta}\, g_\beta$$

Несложно проверить, что это действительно отношение эквивалентности.

~~Замечание~~ Определение. Дивизором D на многообразии M называется класс эквивалентных представлений

Задача 1.1. Докажите, что любые два дивизора допускают представления на картах одного и того же атласа.

- Легко проверить, что глобальная мероморфная функция f на M определяет дивизор (f) с представлением $\{U_\alpha, f_\alpha\}$, $f_\alpha = f|_{U_\alpha}$. Такой дивизор называется главным.