Задача 1.4. Если $P(z)$ многочлен степени ≤ 2 на V, то $e(P(z))$ — тэта-функция. Доказать.

• Такую тэта-функцию принято называть <u>тривиальной</u>.

Задача 1.5. Доказать, что тэта-функции образуют полугруппу H по умножению, а тривиальными тэта-функциями исчерпываются все обратимые элементы полугруппы H.

•• Вернемся к комплексному тору и рассмотрим отображение факторизации по решетке L:

$$\pi : V \xrightarrow[\bmod L]{} T_{\mathbb{C}} ,$$

которое является универсальным накрытием тора. Назовем атлас $\{T_\alpha\}$ на торе „хорошим", если прообраз $\pi^{-1}(T_\alpha)$ любой карты состоит из объединения таких попарно непересекающихся окрестностей $U_\alpha^{(\ell)}$, что ограничение $\pi : U_\alpha^{(\ell)} \longrightarrow T_\alpha$ является гомеоморфизмом для всех ℓ и α (мы воспользовались тем фактом, что компоненты прообраза нумеруются элементами фундаментальной группы, т.е. элементами решетки L в нашем случае)

•• Пусть D дивизор на торе $T_{\mathbb{C}}$. Рассмотрим его представление $\{T_\alpha, f_\alpha\}$ на „хорошем" атласе (почему такое представление существует) Тогда D определяет дивизор на V с представлением $\{U_\alpha^{(\ell)}, \tilde{f}_\alpha^{\ell} = f_\alpha \circ \pi\}$, который называется подъемом (pull-back) $\pi^* D$ дивизора D.