- Назовем дивизор положительным $D>0$, если он допускает представление $\{U_\alpha, f_\alpha\}$ с локально голоморфными функциями f_α.

- Проблема Кузена спрашивает: верно ли, что любой положительный дивизор на M является главным?

Задача 1.2. Покажите, что на комплексном торе проблема Кузена имеет отрицательное решение.

- Очень давно было замечено, что у проблемы Кузена есть интересное обобщение, связанной с переходом к универсальной накрывающей $\tilde{M}$.

Задача 1.3. Докажите, что $\tilde{M}$ – комплексное многообразие, если таковым является M. Верно ли обратное утверждение?

В интересующем нас случае все выглядит так

II. Тэта-функции решают обобщенную проблему Кузена.

- Рассмотрим комплексное векторное пространство V размерности n и решетку $L \subset V$. Компактный комплексный тор V/L обозначим через $T_{\mathbb{C}}$.

Определение. Голоморфная на V (отличная от нуля) функция Θ называется тэта-функцией, если для всех $z \in V$, $l \in L$

$$\Theta(z+l) = e\left(Q_l(z) + c_l\right)\Theta(z)$$

для $\mathbb{C}$-линейного функционала Q_l на V и комплексного числа c_l. Напомню, что $e(\ ) = e^{2\pi i(\ )}$.