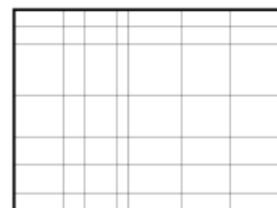


Следующее занятие 9-ого марта!!!

Листок 16 Бета

Разнойбой. Основные задачи

1. На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям. Из них 4 прочитал и Гарри Поттер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которых не читали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Поттер. Гарри прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал Рон? **Примечание:** Не было книг, которые никто не читал или читали все.
2. В одном галеоне — 17 сиклей, а в одном сикле — 29 кнатов. Гарри хочет разменять один галеон сотней монет. Удастся ли ему это сделать
3. Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит с пятью белыми, а каждый белый — с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета
4. У Коли был набор «Юный паркетчик». В нём было несколько квадратиков  $2 \times 2$  и несколько тетрамино вида «Т». Из набора Коля без наложений складывал доску  $12 \times 12$  (и лишних паркетинок не оставалось). Коля потерял один квадратик, и в магазине купил вместо него тетрамино вида «Т». Докажите, что теперь Коля не сможет сложить доску  $12 \times 12$ .
5. Каждая буква в азбуке Морзе зашифрована последовательностью точек и тире. а) Сколько различных букв можно зашифровать, если использовать коды, содержащие ровно пять символов (точек и тире)? б) А если использовать коды, содержащие не более пяти символов?
6. Во дворе растут 10 берёз и стоят 6 фонарных столбов. Между ними натянуты бельевые верёвки так, что к каждому столбу привязано 7 верёвок, а к каждой берёзе — 5. Сколько во дворе бельевых верёвок?
7. В Ордене Феникса 40 волшебников. Каждый вечер трое из них отправляются на дежурство. Можно ли организовать дежурство так, чтобы через некоторое время оказалось, что каждый дежурил с каждым ровно один раз.
8. Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро — «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?
9. Семизначный телефонный номер называется красивым, если в нём чётные цифры чередуются с нечётными и нет нулей. Сколько всего существует красивых номеров?
10. Когда встречаются два жителя Цветочного города, один отдаёт другому монету в 10 рублей, а тот ему — две монеты по 5 рублей. Могло ли быть так, что за день каждый из 2015 жителей города отдал ровно 10 монет?
11. Прямоугольник разрезали шестью вертикальными и шестью горизонтальными разрезами на 49 прямоугольников (см. рисунок). Оказалось, что периметр каждого из получившихся прямоугольников — целое число метров. Обязательно ли периметр исходного прямоугольника — целое число метров?



**Разной. Дополнительные задаи.**

12. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трех сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?
13. При каком  $n > 1$  может случиться так, что в компании из  $n + 1$  девочек и  $n$  мальчиков все девочки знакомы с разным числом мальчиков, а все мальчики — с одним и тем же числом девочек?
14. Андрей, Максим и Влад играли в настольный теннис «навyleт» (проигравший игрок, уступает место не игравшему игроку) . Получилось, что Андрей сыграл всего 10 партий, Максим провел 16 партий, а Влад 17. Кто из мальчиков проиграл во второй партии?
15. У малыша Паши есть 3 зелёных, 4 красных, 5 синих кубиков и один паровозик. Сколько разных поездов он сможет из них выложить, если будет использовать все кубики?

**Разной. Дополнительные задаи.**

12. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трех сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?
13. При каком  $n > 1$  может случиться так, что в компании из  $n + 1$  девочек и  $n$  мальчиков все девочки знакомы с разным числом мальчиков, а все мальчики — с одним и тем же числом девочек?
14. Андрей, Максим и Влад играли в настольный теннис «навyleт» (проигравший игрок, уступает место не игравшему игроку) . Получилось, что Андрей сыграл всего 10 партий, Максим провел 16 партий, а Влад 17. Кто из мальчиков проиграл во второй партии?
15. У малыша Паши есть 3 зелёных, 4 красных, 5 синих кубиков и один паровозик. Сколько разных поездов он сможет из них выложить, если будет использовать все кубики?

**Разной. Дополнительные задаи.**

12. У царя Гороха I было три сына. Каждый из его потомков либо умер во младенчестве, либо правил государством и также имел трех сыновей. Известно, что последним правителем был Горох XVII. Сколько потомков царя Гороха умерло во младенчестве?
13. При каком  $n > 1$  может случиться так, что в компании из  $n + 1$  девочек и  $n$  мальчиков все девочки знакомы с разным числом мальчиков, а все мальчики — с одним и тем же числом девочек?
14. Андрей, Максим и Влад играли в настольный теннис «навyleт» (проигравший игрок, уступает место не игравшему игроку) . Получилось, что Андрей сыграл всего 10 партий, Максим провел 16 партий, а Влад 17. Кто из мальчиков проиграл во второй партии?
15. У малыша Паши есть 3 зелёных, 4 красных, 5 синих кубиков и один паровозик. Сколько разных поездов он сможет из них выложить, если будет использовать все кубики?

1. Так как Гарри Поттер всего прочитал 11 книг, из них 4 книги читал Рон и 2 книги – Гермиона, то  $11 - 4 - 2 = 5$  – книг прочитал только Гарри. Следовательно,  $26 - 7 - 2 - 5 - 4 = 8$  – книг прочитал Рон.  
Ответ. 8 книг прочитал Рон
2. Будем считать количество монет которое получается при размене. Если не использовать кнаты, то будет 17 монет. Если разменять  $x$  сиклей кнатами, то монет будет  $17-x+29*x$ , если  $x$  четное, то нечетное- четное+ четное=нечетное. Если  $x$  нечетное, то нечет-нечет+нечет=нечет. Значит количество монет всегда нечетное, а 100 четное.
3. Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через  $x$ . Тогда лоскутков чёрного цвета будет  $32 - x$ . Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество "границ" белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно  $3x$ . С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно  $5*(32 - x)$ . Получаем уравнение  $3x = 5*(32 - x)$ . Отсюда  $8x = 160$  и  $x = 20$ . Ответ: 20.
4. При шахматной раскраске любой квадратик содержит чётное число чёрных клеток, а любая Т-шка – нечётное. Изначально на доске чёрных клеток 72, значит, Т-шек чётное число. После замены квадратик на Т-шку их станет нечётное число, а значит, и общее число чёрных клеток в них будет нечётным.
5. а)  $2^5$  б)  $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$
6. Нарисуем граф, у него 10 вершин степени 5, и 6 вершин степени 7, значит ребер  $(10*5+6*7)/2=46$
7. Рассмотрим одного из волшебников, он должен был дежурить со всеми остальными 39 волшебниками по одному разу, но каждый раз он дежурил с 2 волшебниками, а 39 не делится на 2. Значит не может
8. Учитывая условие, что среди ребят, которые назвали мультфильм «Волк и теленок» пятеро выбрали сразу два мультфильма.  $21 - 3 - 6 - 1 = 11$  – ребят выбрали только «Белоснежку и семь гномов».  $13 - 3 - 1 - 2 = 7$  – ребят смотрят только «Волк и теленок»  
 $38 - (11 + 3 + 1 + 6 + 2 + 7) = 8$  – человек смотрят только «Губка Боб Квадратные Штаны». Делаем вывод, что «Губка Боб Квадратные Штаны» выбрали  $8 + 2 + 1 + 6 = 17$  человек.  
Ответ. 17 человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны».
9. Не считая нуля есть 5 нечетных и 4 четных цифры. Значит красивых номеров, начинающихся с нечетной цифры  $5*4*5*4*5*4*5=40000$ , а с четной  $4*5*4*5*4*5*4=32000$ . В сумме 72000 красивых номеров.
10. В результате одного обмена двое жителей обмениваются тремя монетами (первый отдал одну монету, а второй – две), то есть общее число монет участвующих в обмене должно делиться на 3, чего у нас не наблюдается ( $2015 \times 10$ )
11. Да, обязательно. Периметр большого прямоугольника равен сумме периметров прямоугольников на его диагонали. По условию все маленькие прямоугольники с целым периметром, а значит в сумме они дают тоже целое число
12. Каждый правящий потомок приносит по 3 сына в общее число потомков. Правящих Горохов было 17, значит у них всего 51 сын. Добавим сюда одного Гороха I, который не был сыном ни одного из правящих Горохов. Получаем, что в династии было 52 человека, из них 17 царствовали, и  $52-17=35$  умерли во младенчестве.

13. При нечетном: Каждая девочка может быть знакома минимум с 0 мальчиков, а максимум с  $n$ . Пусть  $n$  (количество мальчиков) четное число, тогда девочек  $n + 1$  нечетное количество. Тогда сумма знакомых знакомств девочек и мальчиков  $0 + 1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$ . Если каждый мальчик знаком с равным количеством девочек, то каждый из них знаком с  $(n + 1)/2$  девочками. Но  $n + 1$  нечетное число, а значит это невозможно. Наоборот, если мальчиков нечетное число  $n$ , то  $(n + 1)$  - четное число.
14. Общее количество сыгранных партий было  $(10 + 15 + 17) / 2 = 21$ . Если трое играют «навылет», то любой игрок пропускает не больше одной партии подряд. Значит, если Андрей играл в первой партии, то из остальных 20 партий он играл хотя бы в 10 и всего получается не менее 11 партий. Противоречие. Значит, Андрей впервые вышел играть во второй партии. Если бы он эту партию выиграл, то играл бы и в 3, а также не менее, чем в 9 из 18 оставшихся партий. Но тогда бы он сыграл более 10 раз. Противоречие. Следовательно, во втором матче Андрей проиграл. Ответ: Андрей
15. Если бы все шары были разноцветные, то потребовалось бы  $12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 1$  способов ( $12!$ ), однако у нас есть шары одинаковых цветов, перестановка которых не дает новых комбинаций. Количество перестановок зеленых шаров  $3 \cdot 2 \cdot 1$  ( $3!$ ), красных -  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$  ( $4!$ ), а синих -  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$  ( $5!$ ). В итоге  $12! / (5! \cdot 4! \cdot 3!)$