

Листок 15 Альфа

Делимость. Часть 1.

Упражнение 1: Коля, Рита, Виталий собирали грибы. Коля собрал менее 15, Рита собрала более 23, Виталий 18. Когда они вернулись домой, то оказалось, что они могут поделить все грибы поровну. А) Сколько всего грибов собрали ребята, если Коля и Виталий вместе собрали больше Риты, а общее число грибов четно?

Упражнение 2: Однажды археологи забрели в древнюю гробницу. Едва последний археолог переступил порог выход завалило. Перед входом в главное святилище с сокровищами сидел Сфинкс. Он сказал: «Назовите мне число, у которого произведение цифр равно 195». Есть у археологов шанс на спасение?

Сначала сложу, а потом поделю...

Пусть A , B целые числа и m — это целые числа.

	$(A \div m) \text{ И } (B \div m)$	$(A \div m) \text{ И } (B \nmid m)$	$(A \nmid m) \text{ И } (B \nmid m)$
$(A + B) \div m$			
$(A - B) \div m$			
$(A \times B) \div m$			

- На праздник закупили 54 коробок конфет, 114 цветов и 63 брошки. А) Можно ли сделать три одинаковых набора предметов для подарка? Б) А 9 одинаковых наборов?
- Мушкетёр Партос зашел в трактир. Он купил бутылку вина за 2 франка 25 септимом, трубку за 4 франков 32 септима, три пачки табака и девять коробок непромокаемых спичек. Трактирщик сказал: "С вас 11 франков 80 септимом за все". Вместо ответа Партос обнажил рапиру и приставил ее к горлу наглеца. Почему он решил, что трактирщик собирается его надуть? (100 септимом = 1 франк)
- Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится нацело на 10, равно 1000. Найдите их сумму.
- Найдите наименьшее число, которое может делиться на натуральные числа от 1 до 10?
- Существует ли целое число, произведение цифр которого равно а) 1980? б) 1990? в) 2000?
- Делится $10^{2020} + 8$ на 9?

Делимость. Часть 2.

- Натуральное число оканчивается на 35. Может ли оно быть квадратом некоторого натурального числа?
- Охотник рассказал приятелю, что видел в лесу волка с метровым хвостом. Тот рассказал другому приятелю, что в лесу видели волка с двухметровым хвостом. Передавая новость дальше, простые люди увеличивали длину хвоста вдвое, а творческие – втрое. В результате по телевизору сообщили о волке с хвостом длиной 864 метра. Сколько простых и сколько творческих людей "отрастили" волку хвост?
- Каждая буква в слове НЕПЛОХО заменена одной из цифр 1,2,3,4,5 и 6. Разные буквы заменены разными цифрами, а одинаковые - одинаковыми. Полученное число делится на 3, но не делится на 2. На какую цифру заменена буква О?
- Антон, Андрей и Никита работали на заводе. За день Антон сделал на одну деталь больше Андрея, а Никита – на одну меньше. Верно ли, если взять все сделанные ребятами детали за день, то можно раздать их работникам поровну?
- Можно ли в клетки квадрата размером 4x4 расставить числа от 1 до 16 так, чтобы произведение всех расставленных чисел на каждой строчке делилось на 9?
- Ваня задумал простое трёхзначное число, все цифры которого различны. На какую цифру оно может оканчиваться, если его последняя цифра равна сумме первых двух?

Делимость. Часть 3.

13. Сколько существует десятизначных чисел, делящихся на 9, в записи которых используются только цифры 0 и 5?
14. В клетки таблицы размером 9×9 расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
15. Вера, Настя и Света собрали всего 177 яблок. Когда Вера разложила свои яблоки в кучки по 3 яблока в каждой, а Настя по 4 яблока в каждой, то кучек получилось поровну. Когда Настя разложила по 5 яблок, а Света по 6 яблок в каждую кучку, то кучек снова получилось поровну. Сколько яблок собрала Света?
16. В комнате стоят трёхногие табуретки и четвероногие стулья. Когда на все эти сидячие места уселись люди, в комнате оказалось 39 ног. Сколько в комнате табуреток?

Делимость. Часть 3.

13. Сколько существует десятизначных чисел, делящихся на 9, в записи которых используются только цифры 0 и 5?
14. В клетки таблицы размером 9×9 расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
15. Вера, Настя и Света собрали всего 177 яблок. Когда Вера разложила свои яблоки в кучки по 3 яблока в каждой, а Настя по 4 яблока в каждой, то кучек получилось поровну. Когда Настя разложила по 5 яблок, а Света по 6 яблок в каждую кучку, то кучек снова получилось поровну. Сколько яблок собрала Света?
16. В комнате стоят трёхногие табуретки и четвероногие стулья. Когда на все эти сидячие места уселись люди, в комнате оказалось 39 ног. Сколько в комнате табуреток?

Делимость. Часть 3.

13. Сколько существует десятизначных чисел, делящихся на 9, в записи которых используются только цифры 0 и 5?
14. В клетки таблицы размером 9×9 расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
15. Вера, Настя и Света собрали всего 177 яблок. Когда Вера разложила свои яблоки в кучки по 3 яблока в каждой, а Настя по 4 яблока в каждой, то кучек получилось поровну. Когда Настя разложила по 5 яблок, а Света по 6 яблок в каждую кучку, то кучек снова получилось поровну. Сколько яблок собрала Света?
16. В комнате стоят трёхногие табуретки и четвероногие стулья. Когда на все эти сидячие места уселись люди, в комнате оказалось 39 ног. Сколько в комнате табуреток?

Подсчет двумя способами. Решение

10	10	10	10	10	10
Сумма всех столбцов 60.					

Упр. 1.

20	Сумма всех строк 180
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	

Вывод: тк суммы не совпадают, значит не можем быть.

Упр. 2. Давайте посчитаем число поглаживаний двумя способами. Первый, 12 умножить на количество собак. Вторым: 123 умножить на 8. Так как это число поглаживаний одинаковой в двух случаях, то $123 \cdot 8 / 12 = 82$ собаки

- $22 - 7 \cdot 3 = 1$
- $4(1+2+3+4+5+6) = 84$.
- В случае ничьей обе команды в сумме получают 4 очка, а иначе – 5 очков. Если бы произошло 10 ничьих, то всего команды набрали бы $4 \cdot 10 = 40$ очков. Каждая результативная игра добавляет к этой сумме по одному очку. Значит, было $46 - 40 = 6$ результативных игр и 4 ничьи.
- Подсчитаем сумму всех фишек двумя способами. Тк в каждой строчке не менее 18, то во всех 7 стоках не менее 126 фишек. В каждом столбце не более 16 фишек – во всех столбцах не более 126. Тк не менее 126 и не более 126 – то это единственная сумма всех фишек. Должен быть конкретный пример (можно все фишки расположить по диагонали).
- Сумма всех чисел равна 74. Мальчик может танцевать только с девочкой, а девочка с мальчиком. Значит будет две группы по 37 человека. 37 не делится на 3, а все числа кроме 5 делится на три. 5 – может быть в одной группе, например в группе девочек, значит в группе мальчиков будут все число делящиеся на 3, а этого не может быть. Следовательно, кто-то ошибся.
- Обозначим Лунты – Л, Мунты – М. Подсчитаем количество войн двумя способами. 6 умножим Л или 2 умножим М. Так как число войн одинаковое, то $6 \text{ Л} = 3 \text{ М}$. Значит, 3 Л = М. Мунтов в 3 раза больше чем Лунков, $16 : (3+1) = 4$
- Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через x . Тогда лоскутков чёрного цвета будет $32 - x$. Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество "границ" белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно $3 \cdot x$. С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно $5 \cdot (32 - x)$. Получаем уравнение $3x = 5 \cdot (32 - x)$. Отсюда $8x = 160$ и $x = 20$.
- Если сложить все числа, будет 55. Для того чтобы получить 0, нужно чтобы сумма числа со знаком «+» и сумма чисел со знаком «-» была одинаковой и четно. Тк 55 нечётно. Значит нельзя.
- Рыжие принцессы входят в два построения. По принцессам они занимают 2 колонны из 6. С другой стороны, занимают 2 шеренги из 8. Рыжие принцессы - треть в колонне и четверть в шеренги. $3x$ меньше $4x$, значит рыжих больше.
- Посчитаем двумя способами: 1) $15 \cdot 3 = 45$ всего помытых тарелок. 2) $(1+2+3) \cdot$ количество подходов к решению задач = $6 \cdot \text{КП} = 45$. Т.к. 45 не делится на 6 то братья ошиблись с подсчетами.

11. Посчитаем общую сумму 26 чисел: 5 групп по 5 чисел – сумма четная, и 1 число либо чётное, либо нечетное. Четность любого отдельного числа должна совпадать с четностью общей суммы, значит все числа четные или нечетные, следовательно вся сумма четна.
12. Допустим можно. 10 групп по 7 чисел – будет больше 900, а 7 групп по 10 чисел будет меньше 840. Т.к. у этих групп нет ничего общего (больше 900, но меньшее 840). Значит действительно нельзя.
13. Всего дружб было в 3 раза больше, чем мальчиков – с одной стороны, и в 2 раза больше, чем девочек – с другой стороны. Значит, девочек было в полтора раза больше, чем мальчиков, то есть девочек – 3 части и мальчиков – 2 части. Часть – число целое, поскольку равна разности между числом девочек и числом мальчиков. Тогда всего в классе 5 частей, то есть общее число учеников делится на 5 с другой стороны, учеников не меньше 31 и не более $19 \times 2 = 38$ (за партой – не более двух человек), и единственно возможный ответ – 35
14. Каждый правящий потомок приносит по 3 сына в общее число потомков. Правящих Горохов было 17, значит у них всего 51 сын. Добавим сюда одного Гороха I, который не был сыном ни одного из правящих Горохов. Получаем, что в династии было 52 человека, из них 17 царствовали, и $52 - 17 = 35$ умерли во младенчестве.
15. Последний взял сколько-то рублей сразу и 20-ю часть остатка. Но добыча оказалась поделена поровну, значит, этот остаток равен нулю. Предпоследний сначала взял на 100 рублей меньше, чем последний, а затем – 20-ю часть остатка. В итоге у них оказалось поровну, то есть 20-я часть этого остатка и равна 100 рублям. Тогда этот остаток составлял 2000 рублей, и $19/20$ его забрал последний разбойник. Это составило 1900 рублей, и всего разбойников было 19. Суммарная добыча составляет $1900 \times 19 = 36100$ рублей.
16. . Общее количество сыгранных партий было $(10 + 15 + 17) / 2 = 21$. Если трое играют «навылет», то любой игрок пропускает не больше одной партии подряд. Значит, если Андрей играл в первой партии, то из остальных 20 партий он играл хотя бы в 10 и всего получается не менее 11 партий. Противоречие. Значит, Андрей впервые вышел играть во второй партии. Если бы он эту партию выиграл, то играл бы и в 3, а также не менее, чем в 9 из 18 оставшихся партий. Но тогда бы он сыграл более 10 раз. Противоречие. Следовательно, во втором матче Андрей проиграл. Ответ: Андрей