

Листок 15 Бета

Делимость. Часть 1.

Упражнение 1: Коля принёс несколько коробок с яйцами, по 10 яиц в каждой коробке. Может ли быть, что он принёс 35 яиц? 43 яйца? 50 яиц?

Упражнение 2: Коля, Рита, Виталий собирали грибы. Коля собрал менее 15, Рита собрала более 23, Виталий 18. Когда они вернулись домой, то оказалось, что они могут поделить все грибы поровну. А) Сколько всего грибов собрали ребята, если Коля и Виталий вместе собрали больше Риты, а общее число грибов чётно?

Сначала сложу, а потом поделю...

Пусть A , B — целые числа и m — это целые числа.

	$(A \div m) \text{ И } (B \div m)$	$(A \div m) \text{ И } (B \nmid m)$	$(A \nmid m) \text{ И } (B \nmid m)$
$(A + B) \div m$			
$(A - B) \div m$			
$(A \times B) \div m$			

1. Купили 5 одинаковых коробок цветных карандашей. Может ли в них оказаться: всего 32 карандаша? 90 карандашей? 75 карандашей?
2. Напишите все трехзначные числа, в запись которых входят лишь цифры 0,2,5
 А) делятся на 2 Б) делятся на 5
3. Коля и Петя купили одинаковые беговые лыжи. Сколько стоит одна пара лыж, если Петя уплатил стоимость лыж трехрублевыми купюрами, а Коля – пятирублевыми, а всего они дали в кассу меньше 10 купюр
4. Олег перемножил какие-то 7 подряд идущих чисел. Какой окажется последняя цифра этого числа?
5. Делится $10^{2020} + 8$ на 9?
6. Замените звездочки в записи числа $72*3*$ цифрами так, чтобы это число делилось на 45.

Делимость. Часть 2.

7. Незнайка перемножил все числа от 1 до 100. Подсчитал сумму цифр произведения. У полученного числа он снова подсчитал сумму цифр и т. д. В конце концов получилось однозначное число. Какое?
8. Ковбой Джо пришел на рынок и решил купить у торговца: овцу за 3 доллара, лошадь за 6 долларов, три ведра овса для лошади и девять яблок. Торговец потребовал с него 11 долларов 80 центов. Джо разозлился и заявил, что торговец пытается его обсчитать. Как он об этом догадался?
9. Каждая буква в слове НЕПЛОХО заменена одной из цифр 1,2,3,4,5 и 6. Разные буквы заменены разными цифрами, а одинаковые - одинаковыми. Полученное число делится на 3, но не делится на 2. На какую цифру заменена буква О?
10. Существует ли целое число, произведение цифр которого равно а) 1990; б) 2000; в) 2010?
11. Коля, Маша и Вадим работали на заводе. За день Коля сделал на одну деталь больше Вадима, а Маша – на одну меньше. Верно ли, если взять все сделанные ребятами детали за день, то можно раздать их работникам поровну?
12. К числу 13 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы получилось число, которое делится на 36.

Делимость. Часть 3.

13. Петя заменил в примере на умножение одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными и получил $АВхВГ=ДДЕЕ$. Докажите, что он ошибся.
14. Автомат печатает на полоске бумаги цифры «4» по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?
15. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребенка – простое число. Сколько лет младшему?
16. Однажды археологи забрели в древнюю гробницу. Едва последний археолог переступил порог выход завалило. Перед входом в главное святилище с сокровищами сидел Сфинкс. Он сказал: «Назовите мне число, у которого произведение цифр равно 195». Есть у археологов шанс на спасение?

Делимость. Часть 3.

13. Петя заменил в примере на умножение одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными и получил $АВхВГ=ДДЕЕ$. Докажите, что он ошибся.
14. Автомат печатает на полоске бумаги цифры «4» по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?
15. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребенка – простое число. Сколько лет младшему?
16. Однажды археологи забрели в древнюю гробницу. Едва последний археолог переступил порог выход завалило. Перед входом в главное святилище с сокровищами сидел Сфинкс. Он сказал: «Назовите мне число, у которого произведение цифр равно 195». Есть у археологов шанс на спасение?

Делимость. Часть 3.

13. Петя заменил в примере на умножение одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными и получил $АВхВГ=ДДЕЕ$. Докажите, что он ошибся.
14. Автомат печатает на полоске бумаги цифры «4» по одной. Удастся ли остановить его так, чтобы было напечатано число, кратное 8?
15. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребенка – простое число. Сколько лет младшему?
16. Однажды археологи забрели в древнюю гробницу. Едва последний археолог переступил порог выход завалило. Перед входом в главное святилище с сокровищами сидел Сфинкс. Он сказал: «Назовите мне число, у которого произведение цифр равно 195». Есть у археологов шанс на спасение?

10	10	10	10	10	10
Сумма всех столбцов 60.					

Упр. 1.

20	Сумма всех строк 180
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	
20	

Вывод: тк суммы не совпадают, значит не можем быть.

Упр. 2. Давайте посчитаем число поглаживаний двумя способами. Первый, 12 умножить на количество собак. Вторым: $123 \cdot 8 / 12 = 82$ собаки

- $22 - 7 \cdot 3 = 1$
- $4(1+2+3+4+5+6) = 84$.
- В случае ничьей обе команды в сумме получают 4 очка, а иначе – 5 очков. Если бы произошло 10 ничьих, то всего команды набрали бы $4 \cdot 10 = 40$ очков. Каждая результативная игра добавляет к этой сумме по одному очку. Значит, было $46 - 40 = 6$ результативных игр и 4 ничьи.
- Подсчитаем сумму всех фишек двумя способами. Тк в каждой строчке не менее 18, то во всех 7 стоках не менее 126 фишек. В каждом столбце не более 16 фишек – во всех столбцах не более 126. Тк не менее 126 и не более 126 – то это единственная сумма всех фишек. Должен быть конкретный пример (можно все фишки расположить по диагонали).
- Сумма всех чисел равна 74. Мальчик может танцевать только с девочкой, а девочка с мальчиком. Значит будет две группы по 37 человека. 37 не делится на 3, а все числа кроме 5 делится на три. 5 – может быть в одной группе, например в группе девочек, значит в группе мальчиков будут все число делящиеся на 3, а этого не может быть. Следовательно, кто-то ошибся.
- Обозначим Лунты – Л, Мунты – М. Подсчитаем количество войн двумя способами. 6 умножим Л или 2 умножим М. Так как число войн одинаковое, то $6Л = 3М$. Значит, $3Л = М$. Мунтов в 3 раза больше чем Лунков, $16 : (3+1) = 4$
- Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через x . Тогда лоскутков чёрного цвета будет $32 - x$. Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество "границ" белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно $3 \cdot x$. С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно $5 \cdot (32 - x)$. Получаем уравнение $3x = 5 \cdot (32 - x)$. Отсюда $8x = 160$ и $x = 20$.
- Если сложить все числа, будет 55. Для того чтобы получить 0, нужно чтобы сумма числа со знаком «+» и сумма чисел со знаком «-» была одинаковой и четно. Тк 55 нечётно. Значит нельзя.
- Рыжие принцессы входят в два построения. По принцессам они занимают 2 колонны из 6. С другой стороны, занимают 2 шеренги из 8. Рыжие принцессы - треть в колонне и четверть в шеренги. $3x$ меньше $4x$, значит рыжих больше.
- Посчитаем двумя способами: 1) $15 \cdot 3 = 45$ всего помытых тарелок. 2) $(1+2+3) \cdot$ количество подходов к решению задач = $6 \cdot КП = 45$. Т.к. 45 не делится на 6 то братья ошиблись с подсчётами.

11. Посчитаем общую сумму 26 чисел: 5 групп по 5 чисел – сумма четная, и 1 число либо чётное, либо нечетное. Четность любого отдельного числа должна совпадать с четностью общей суммы, значит все числа четные или нечетные, следовательно вся сумма четна.
12. Допустим можно. 10 групп по 7 чисел – будет больше 900, а 7 групп по 10 чисел будет меньше 840. Т.к. у этих групп нет ничего общего (больше 900, но меньшее 840). Значит действительно нельзя.
13. Всего дружб было в 3 раза больше, чем мальчиков – с одной стороны, и в 2 раза больше, чем девочек – с другой стороны. Значит, девочек было в полтора раза больше, чем мальчиков, то есть девочек – 3 части и мальчиков – 2 части. Часть – число целое, поскольку равна разности между числом девочек и числом мальчиков. Тогда всего в классе 5 частей, то есть общее число учеников делится на 5 с другой стороны, учеников не меньше 31 и не более $19 \times 2 = 38$ (за партой – не более двух человек), и единственно возможный ответ – 35
14. Каждый правящий потомок приносит по 3 сына в общее число потомков. Правящих Горохов было 17, значит у них всего 51 сын. Добавим сюда одного Гороха I, который не был сыном ни одного из правящих Горохов. Получаем, что в династии было 52 человека, из них 17 царствовали, и $52 - 17 = 35$ умерли во младенчестве.
15. Последний взял сколько-то рублей сразу и 20-ю часть остатка. Но добыча оказалась поделена поровну, значит, этот остаток равен нулю. Предпоследний сначала взял на 100 рублей меньше, чем последний, а затем – 20-ю часть остатка. В итоге у них оказалось поровну, то есть 20-я часть этого остатка и равна 100 рублям. Тогда этот остаток составлял 2000 рублей, и $19/20$ его забрал последний разбойник. Это составило 1900 рублей, и всего разбойников было 19. Суммарная добыча составляет $1900 \times 19 = 36100$ рублей.
16. . Общее количество сыгранных партий было $(10 + 15 + 17) / 2 = 21$. Если трое играют «навылет», то любой игрок пропускает не больше одной партии подряд. Значит, если Андрей играл в первой партии, то из остальных 20 партий он играл хотя бы в 10 и всего получается не менее 11 партий. Противоречие. Значит, Андрей впервые вышел играть во второй партии. Если бы он эту партию выиграл, то играл бы и в 3, а также не менее, чем в 9 из 18 оставшихся партий. Но тогда бы он сыграл более 10 раз. Противоречие. Следовательно, во втором матче Андрей проиграл. Ответ: Андрей