Лемма. Операторы $d_z, d_{\bar z}, \delta_z, \delta_{\bar z}$ коммутируют с оператором Лапласа Δ.

◀ Так как $(d_z)^2=0$, то

$$d_z\Delta = 2d_z(d_z\delta_z+\delta_z d_z) = 2d_z\delta_z d_z = \Delta d_z$$

Аналогичная выкладка доказывает лемму для ~~остальных~~ оставшихся операторов. ▶

- Напомню, что на семинаре 10 марта мы установили, что любой линейный оператор на пространстве $\mathcal{F}(U)$, коммутирующий с оператором Лапласа, коммутирует с операторами G и H.

- Следовательно, операторы $d_z, d_{\bar z}, \delta_z, \delta_{\bar z}$ коммутируют с операторами G и H. Этим мы воспользуемся в лекции 3.

- Заметим, что проектор $P: \mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{F}^{(p,q)}$ коммутирует с оператором Лапласа (почему?). Поэтому P коммутирует с операторами G и H, что и означает, что эти операторы сохраняют подпространства $\mathcal{F}^{(p,q)}$.