в) Так как $\varphi_j - \varphi_k = dg_{jk}$, а $d(dg_{jk}) = 0$, то

$$d\varphi_j = d\varphi_k \text{ на } T_{jk}$$

Следовательно, существует такая глобальная 2-форма на комплексном торе, назовем её α, что $\alpha\big|_{T_j} = d\varphi_j$. Покажем, что α - это $(1,1)$-форма. С этой целью, вернемся к локальной форме $\tilde{\varphi}_j = 2i\, d_z g_j$. Имеем, $d_z \varphi_j = 0$, а потому

$$d_z \tilde{\Psi} = d_z \Delta \tilde{\varphi}_j = \Delta d_z \tilde{\varphi}_j = 0.$$

По этой причине $d_z G\tilde{\Psi} = G d_z \tilde{\Psi} = 0$, а потому

$$d_z \varphi_j = d_z \tilde{\varphi}_j - d_z G \tilde{\Psi} = 0$$

и $\alpha = d\varphi_j = d_z \varphi_j + d_{\bar z} \varphi_j = d_{\bar z} \varphi_j$.

Но φ_j - это $(1,0)$ форма. Следовательно, α - это $(1,1)$ форма.

г) Имеем,

$$\Delta \alpha = \Delta d_{\bar z} \varphi_j = d_{\bar z} \Delta \varphi_j = 0$$

Но $\operatorname{Ker} \Delta = \operatorname{Im} H$. Поэтому, $\alpha = H\alpha$, и если мы отождествим V с $\mathbb{C}^n$, то $\alpha = \sum a_{jk}\, \omega_j \wedge \overline{\omega}_k$.

~~Работа в векторном пространстве V.~~