

Все, что было сказано до этого, относится к вещественному тору \mathbb{T}^2

$T = V/L$, где V - вещественное векторное пространство $V_{\mathbb{C}}$.

Выберем в $V_{\mathbb{C}}$ базис и отождествим $V_{\mathbb{C}} \subset \mathbb{C}^n$. Если z_1, \dots, z_n координаты точки $z \in \mathbb{C}^n$, то дифференциалы $dz_1, \dots, dz_n, d\bar{z}_1, \dots, d\bar{z}_n$ инвариантны относительно группы сдвигов. Тем самым, они

определяют базис $\omega_1, \dots, \omega_n, \bar{\omega}_1, \dots, \bar{\omega}_n$ в пространстве $\mathcal{F}^1(T)$

Это означает, что (локально) комплекснозначную дифференциальную форму φ на торе можно единственным образом представить в виде

$$\varphi = \sum_{p+q} \varphi^{(p,q)}, \text{ где}$$

$$\varphi^{(p,q)} = \sum_{i_1, \dots, i_p, j_1, \dots, j_q} \varphi_{i_1, \dots, i_p, j_1, \dots, j_q} \omega_{i_1} \wedge \dots \wedge \omega_{i_p} \wedge \bar{\omega}_{j_1} \wedge \dots \wedge \bar{\omega}_{j_q}, \quad (1)$$

$$= \sum_{\underline{I}, \underline{J}} \varphi_{\underline{I}, \underline{J}} \underbrace{\omega_{\underline{I}} \wedge \bar{\omega}_{\underline{J}}}_{\text{мажоранты}}$$

с мажорантными функциями $\varphi_{i_1, \dots, i_p, j_1, \dots, j_q}$ (суммирование ведется по множествам индексов $\underline{I} = \{i_1 < \dots < i_p\}, \underline{J} = \{j_1 < \dots < j_q\}$)

• Можно показать, что разложение $\mathcal{F}^n = \bigoplus_{p+q=n} \mathcal{F}^{(p,q)}$ является внутренним, т.е. не зависит от выбора базиса в $V_{\mathbb{C}}$.

Дифференциальная форма $\varphi^{(p,q)}$ называется формой типа (p,q) .

Если U - это координатная карта на торе, то $\mathcal{F}(U)$ -

- это биградуированное линейное пространство:

$$\mathcal{F}(U) = \bigoplus \mathcal{F}^{(p,q)}(U)$$

В частности, если $f \in \mathcal{F}^0(U)$, то

$$df = d_z f + d_{\bar{z}} f$$