1-ый цикл. задач. (НИС Геометрия и группы).

1. Рассмотрим идеальный треугольник на плоскости Лобачевского. (т.е. треугольник, все вершины которого лежат на абсолюте)

Обозначим его вершины через A_1, A_2 и A_3.

Задача 1. Доказать, что а) существует такая единственная тройка орициклов O_{A_1}, O_{A_2}, O_{A_3} с центрами в точках A_1, A_2 и A_3 соответственно, что любые два орицикла из тройки касаются.

б) точки их касаний лежат на сторонах идеального треугольника.

Задача 2. Точки попарного касания орициклов из задачи 1 назовем серединами сторон идеального треугольника.

Понятно, что подразумевается под средней линией идеального треугольника.

а) доказать, что расстояние (направленное) от любого из орициклов тройки до любой средней линии равно $-\ln \frac{\sqrt{5}}{2}$

б). пусть l – любая прямая, отличная от средней линии. Доказать, что в этом случае ~~тогда~~ хотя бы для одного орицикла O_{A_i}, $d(l, O_{A_i}) < -\ln \frac{\sqrt{5}}{2}$

в)* вывести из б) теорему Гурвицу.