

Задачи к 16.04.2020

Детский рисунок $D := (X, \Gamma)$ это пара: гладкая компактная связная ориентированная поверхность X и вложенный в нее граф $\Gamma \subset X$ при условии, что дополнение $X \setminus \Gamma \cong \bigsqcup F_k$ гомеоморфно несвязному объединению дисков (граней).

1. Сколько ребер может быть, и какие бывают валентности вершин и граней у рисунков на торе при условии, что равны валентности всех вершин и равны валентности всех граней?
2. Покажите, что если у рисунка на сфере все валентности граней больше 5 и равны между собой, а еще равны между собой все валентности вершин, то у двойственного рисунка 2 вершины.
3. В 8-угольнике заклеиваем треугольники, одна сторона которых является диагональю типа $(i, i + 2)$, другая — диагональю типа $(j, j + 2 + 1)$, а третья — стороной многоугольника. Если у двух треугольников есть общая сторона, то склеиваем эти два треугольника по общей стороне. Какой род будет у получившейся поверхности?
4. Рассмотрим граф θ — две вершины и три ребра соединяющих разные вершины. Пронумеруем ребра. Нарисуйте *детский рисунок* с таким графом для которого при обходе обоих вершин против часовой стрелки на ориентированной поверхности ребра встречаются по циклу $(1, 2, 3)$.