

Задание 3

(1)

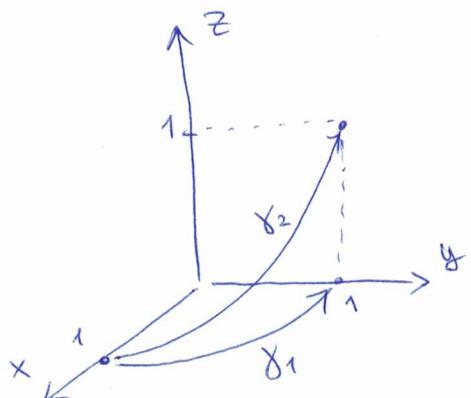
Рекомендации: при решении задач постарайтесь минимизировать вычислительную работу.

- (1) На частицу, движущуюся в \mathbb{R}^3 , действует сила, декартовы координаты которой имеют вид:

$$F_x = yz - \alpha x, \quad F_y = xz - \alpha y, \quad F_z = \alpha xy + z.$$

Здесь α — параметр.

- a) Вычислите, при каком значении параметра α сила \vec{F} потенциальна. Вычислите потенциал этой силы.
- б) Вычислите работу силы \vec{F} (при произвольном значении α) при перемещении частицы вдоль кривых γ_1 и γ_2 (см. Рис.)



*) γ_1 — отрезок окружности $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ между точками $(1, 0, 0)$ и $(0, 1, 0)$

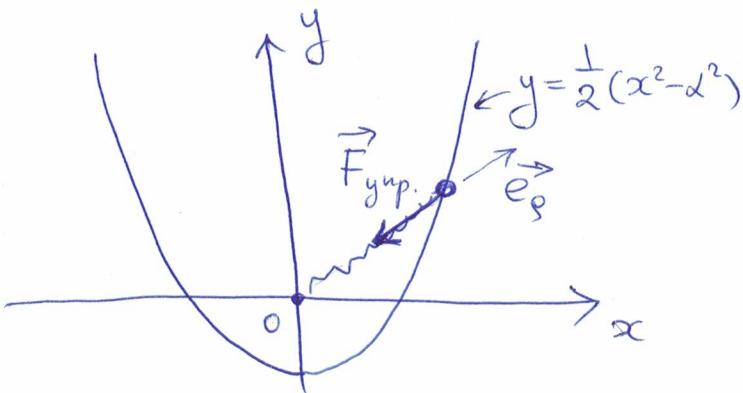
**) γ_2 — отрезок винтовой линии $x^2 + y^2 = 1, z = \frac{\pi}{4}\varphi$ (φ — параметр) между точками $(1, 0, 0)$ и $(0, 1, 1)$.

- (2) Частица может двигаться по кривой $y = \frac{1}{2}(x^2 - \alpha^2)$ в \mathbb{R}^2 . Здесь α — параметр.

На частицу действует сила упругой пружины, один конец которой закреплен в начале координат, а другой прикреплен к

(2)

к частице (см. Рис.)



$$\vec{F}_{\text{упр.}} = -k \vec{s} \vec{e}_s,$$

$$\text{где } s = \sqrt{x^2 + y^2},$$

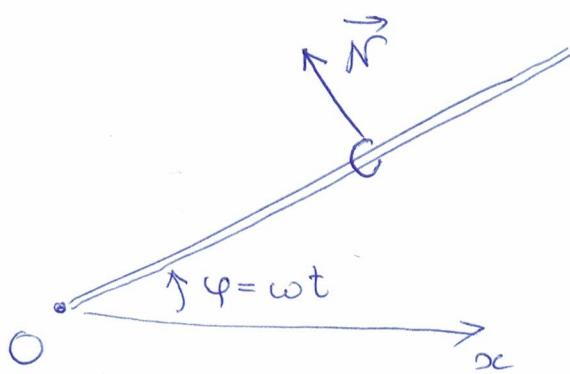
\vec{e}_s — орт полярной системы координат,

$k > 0$ — константа.

Какова работа этой силы при перемещении частицы из точки с координатой $x=0$ в точку с координатой $y=0$?

- (3) На трекировке атлет пробегает круг радиуса R с постоянной по величине скоростью v . В момент старта навстречу бегущему начинает дуть ветер. Направление ветра постоянное, а его скорость изменяется по закону $v = at^2$, где $a = \text{const}$ — t — время, прошедшее с момента старта. Сила со-противления ветра $\vec{F}_{\text{сопр.}} = -k \vec{v}_{\text{вет.}}$, где $\vec{v}_{\text{вет.}}$ — скорость движения атлета относительно воздуха. С какой скоростью v должен бежать атлет, чтобы минимизировать свою работу по преодолению сопро-тивления ветра? (Работа атлета равна по величине и противоположна по знаку работе силы со-противления ветра).

(4) Бусинка скользит без трения вдоль равномерно вращающейся в плоскости вокруг начала координат прямолинейного стержня (см. Пример 2 из Семинара 2)



(3) Угловая скорость вращения стержня - ω .

В начальный момент

бусинка находится на расстоянии $R(0) = a$

от начала координат и имеет радиальную скорость $\dot{r}(0) = 0$. На бусинку действует только сила реакции стержня $\vec{N} \parallel \vec{e}_\varphi$

a) Найдите силу реакции стержня (вопрос по материалу Семинара 1).

Определите работу, совершенную силой \vec{N} над бусинкой по промежутку времени T от начального момента.

б) Вычислите изменение кинетической энергии бусинки за тот же временной промежуток T и сравните его с работой силы \vec{N} .