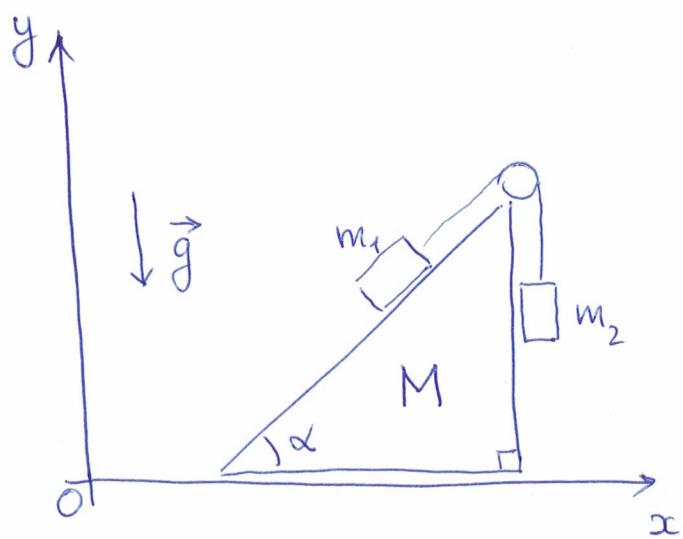


(1)

①

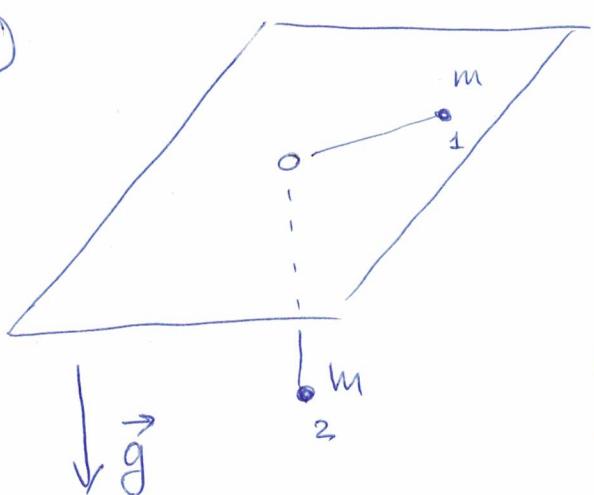


Клик массой M может перемещаться вдоль оси Ox . Угол при основании клина — α . На вершине клина закреплен блок, через который перекинута нить с массами m_1 и m_2 на концах. m_1 передвигается вдоль боковой поверхности клина, m_2 — вдоль вертикальной стены.

Трение в системе отсутствует, блок невесом, нить невесома и нерастяжима. В системе действует сила тяжести с ускорением \vec{g} , направленная против оси Oy .

Составьте лагранжиан системы, выполните уравнения Эйлера-Лагранжа, определите имеющиеся законы сохранения.

②



Две частицы массой m и связанные невесомой нерастяжимой нитью. Нить проходит через дырку в горизонтальной плоскости. Частица 1 движется по плоскости, частица 2 скользит на кривой (нить катится) и движется только по вертикали. Трение

нет. В системе действует сила тяжести с ускорением \vec{g} , направлена вертикально вниз.

Составьте лагранжиан систем; вспомните уравнение Эйлера-Лагранжа и определите стационарное по координате частное 2 траектории; используя закон сохранения энергии перейдите к эффективной одномерной системе и постройте её фазовый портрет.

③ Материальная точка массы m движется в \mathbb{R}^3 по поверхности параболоида вращения

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2a} = \frac{\rho^2}{2a}.$$

Трение нет. На точку действует сила упругого притяжения к началу координат (пружина)

$$\vec{F}_{упр} = -k \vec{r} = -k(x, y, z) \quad (\text{в декартовых коорд.})$$

Возьмём удобное переменное, составьте лагранжиан систем; вспомните уравнение Эйлера-Лагранжа и определите стационарное по z (или φ) траектории движения; используя закон сохранения энергии, перейдите к эффективной одномерной системе и постройте её фазовый портрет.

3

Однородный обод

массы M и радиуса R

катается без проскаль-

зывания по внутренней

поверхности круга ради-

уса $R > r$. В системе

действует направленная

вниз сила тяжести с

ускорением \vec{g} .

Составьте лагранжиан системы, определите
закон(ы) сохранения, постройте фазовый портрет.

Найдите частоту малых колебаний обода в
окрестности положения устойчивого равновесия.

4

