

Проект «Математическая вертикаль»**Вступительная диагностическая работа, 6 класс. 14 мая 2020 года**

- Было предложено 12 заданий на 90 минут.
- Максимальный балл за работу – 17 баллов.
- Задания можно было выполнять в любом порядке.
- Сдать необходимо только ответ.
- Участнику по каждой задаче выпадал один из предложенных пунктов.

Задача 1. А) (1 балл) **Вычислите:** $\left(1\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : \frac{11}{12}$.

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 5.

Б) (1 балл) **Вычислите:** $\left(2\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}\right) : \frac{11}{24}$.

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 10.

В) (1 балл) **Вычислите:** $\left(2\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}\right) : \frac{5}{12}$.

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 11.

Г) (1 балл) **Вычислите:** $\left(1\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : \frac{5}{36}$.

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 33.

Задача 2. Комментарий. Расстояние между двумя точками на прямой — это длина отрезка, который соединяет эти точки. Длина не может быть отрицательной.

А) (1 балл) **Найдите половину расстояния между точками А(-51) и В(151).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 101.

Б) (1 балл) **Найдите половину расстояния между точками А(-253) и В(-153).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 50.

В) (1 балл) **Найдите половину расстояния между точками A(-345) и B(45).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 195.

Г) (1 балл) **Найдите половину расстояния между точками A(-325) и B(-75).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 125.

Д) (1 балл) **Найдите треть расстояния между точками A(-365) и B(-65).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 100.

Е) (1 балл) **Найдите треть расстояния между точками A(-185) и B(175).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 120.

Ж) (1 балл) **Найдите треть расстояния между точками A(-435) и B(-105).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 110.

З) (1 балл) **Найдите треть расстояния между точками A(-435) и B(105).**

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 180.

Задача 3. А) (1 балл) **В магазине «Первый» 1 кг риса стоит 64 рубля. А в магазине «Дальний» 1 кг риса стоит 60 рублей. Но «Первый» в соседнем доме, а до магазина «Дальний» нужно ехать на автобусе. За каким наименьшим целым количеством килограммов риса имеет смысл съездить в «Дальний», если проезд туда и обратно суммарно стоит 50 рублей?**

Ответ: 13.

Указание. Разница в цене в указанных магазинах составляет 4 рубля. Если купить не более 12 кг, то разница стоимости будет не более 48 рублей, а нужно чтобы она была хотя бы 51 рубль. Значит, имеет смысл ехать минимум за 13 кг.

Б) (1 балл) **В магазине «Первый» 1 кг сахара стоит 36 рублей. А в магазине «Дальний» 1 кг сахара стоит 30 рублей. Но «Первый» в соседнем доме, а до магазина «Дальний» нужно**

ехать на автобусе. За каким наименьшим целым количеством килограммов сахара имеет смысл съездить в «Дальний», если проезд туда и обратно суммарно стоит 50 рублей?

Ответ: 9.

Указание. Разница в цене в указанных магазинах составляет 6 рублей. Если купить не более 8 кг, то разница стоимости будет не более 48 рублей, а нужно чтобы она была хотя бы 51 рубль. Значит, имеет смысл ехать минимум за 9 кг.

Задача 4. А) (1 балл) Сплав состоит из меди и цинка. Медь и цинк содержатся в нем в отношении 3:7. Взяли кусок сплава массой 7 килограммов. Сколько килограммов меди в этом куске?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 2,1.

Указание. Медь составляет 3/10 куска.

Б) (1 балл) Сплав состоит из меди и цинка. Медь и цинк содержатся в нем в отношении 3:7. Взяли кусок сплава массой 7 килограммов. Сколько килограммов цинка в этом куске?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 4,9.

Указание. Цинк составляет 7/10 куска.

В) (1 балл) Сплав состоит из меди и цинка. Медь и цинк содержатся в нем в отношении 1:9. Взяли кусок сплава массой 9 килограммов. Сколько килограммов меди в этом куске?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 0,9.

Указание. Медь составляет 1/10 куска.

Г) (1 балл) Сплав состоит из меди и цинка. Медь и цинк содержатся в нем в отношении 1:9. Взяли кусок сплава массой 9 килограммов. Сколько килограммов цинка в этом куске?

Если ответ получился нецелым, запишите его через "/" или ",".

Пример: 5/3 или 3,8.

Ответ: 8,1.

Указание. Цинк составляет 9/10 куска.

Задача 5. А) (1 балл) В саду кустов малины было в 3 раза больше, чем кустов крыжовника. После того, как 14 малиновых кустов вырубili и посадили 10 кустов крыжовника, кустов обоих видов в саду стало поровну. Сколько кустов было в саду первоначально?

Ответ: 48.

Решение. Пусть кустов крыжовника было x штук, тогда малины – $3x$ штук. Составим уравнение: $3x - 14 = x + 10$. Значит, $x = 12$. Но в саду было $x + 3x = 4x$ кустов, т.е. 48 штук.

Б) (1 балл) В саду лимонных деревьев было в 4 раза больше, чем апельсиновых. После того, как 12 лимонных деревьев вырубili и посадили 9 апельсиновых, деревьев обоих видов в саду стало поровну. Сколько деревьев было в саду первоначально?

Ответ: 35.

Решение. Пусть апельсиновых деревьев было x штук, тогда лимонных – $4x$ штук. Составим уравнение: $4x - 12 = x + 9$. Значит, $x = 7$. Но в саду было $x + 4x = 5x$ деревьев, т.е. 35 штук.

Задача 6. А) (1 балл) Класс из 30 человек сел за 15 двухместных парт. Оказалось, что 14 мальчиков сидят рядом с мальчиками, а 4 девочки — с девочками. Сколько в классе мальчиков?

Ответ: 20.

Решение. Парт, за которыми сидят дети одного пола, $14 : 2 + 4 : 2 = 7 + 2 = 9$. Значит, $15 - 9 = 6$ мальчиков сидят с девочками. То есть всего мальчиков $14 + 6 = 20$.

Б) (1 балл) Класс из 30 человек сел за 15 двухместных парт. Оказалось, что 10 мальчиков сидят рядом с мальчиками, а 6 девочек — с девочками. Сколько в классе мальчиков?

Ответ: 17.

Решение. Парт, за которыми сидят дети одного пола, $10 : 2 + 6 : 2 = 5 + 3 = 8$. Значит, $15 - 8 = 7$ мальчиков сидят с девочками. То есть всего мальчиков $10 + 7 = 17$.

В) (1 балл) Класс из 30 человек сел за 15 двухместных парт. Оказалось, что 16 мальчиков сидят рядом с мальчиками, а 10 девочек — с девочками. Сколько в классе мальчиков?

Ответ: 18.

Решение. Парт, за которыми сидят дети одного пола, $16 : 2 + 10 : 2 = 8 + 5 = 13$. Значит, $15 - 13 = 2$ мальчика сидят с девочками. То есть всего мальчиков $16 + 2 = 18$.

Г) (1 балл) Класс из 30 человек сел за 15 двухместных парт. Оказалось, что 18 мальчиков сидят рядом с мальчиками, а 6 девочек — с девочками. Сколько в классе мальчиков?

Ответ: 21.

Решение. Парт, за которыми сидят дети одного пола, $18 : 2 + 6 : 2 = 9 + 3 = 12$. Значит, $15 - 12 = 3$ мальчика сидят с девочками. То есть всего мальчиков $18 + 3 = 21$.

Задача 7. А) (1 балл) Маша хотела купить 16 порций мороженого «Радуга». На 8 марта в магазине объявили акцию, и мороженое «Радуга» подешевело на 20%. Сколько теперь порций мороженого «Радуга» сможет купить Маша, потратив ту же сумму?

Ответ: 20.

Решение. Мороженое подешевело на 20%, значит, новая цена составила 80% старой, т.е. $4/5$ от неё. Количество мороженого, которое можно купить на фиксированную сумму, обратно пропорционально цене. Значит, новое количество составляет $5/4$ старого. $16 \cdot 5/4 = 20$.

Б) (1 балл) Маша хотела купить 15 порций мороженого «Радуга». На 8 марта в магазине объявили акцию, и мороженое «Радуга» подешевело на 40%. Сколько теперь порций мороженого «Радуга» сможет купить Маша, потратив ту же сумму?

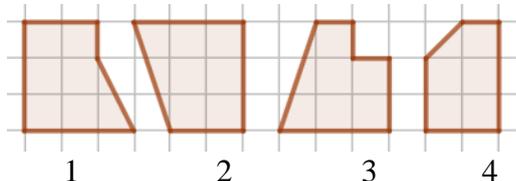
Ответ: 25.

Решение. Мороженое подешевело на 40%, значит, новая цена составила 60% старой, т.е. $\frac{3}{5}$ от неё. Количество мороженого, которое можно купить на фиксированную сумму, обратно пропорционально цене. Значит, новое количество составляет $\frac{5}{3}$ старого. $15 \cdot \frac{5}{3} = 25$.

Задача 8. А) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками. КОММЕНТАРИЙ. Верный ответ оценивался в 2 балла. Ответ в обратном порядке – 1 балл.

Пример: 1342.

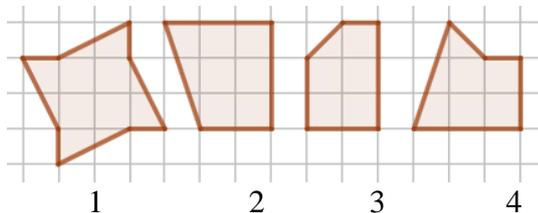


Ответ: 4312.

Б) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками.

Пример: 1342.

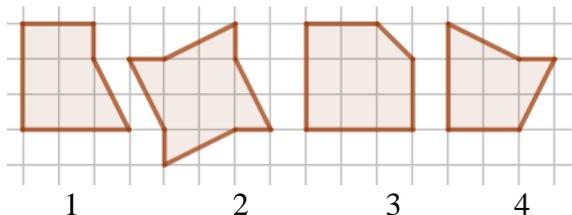


Ответ: 3421.

В) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками.

Пример: 1342.

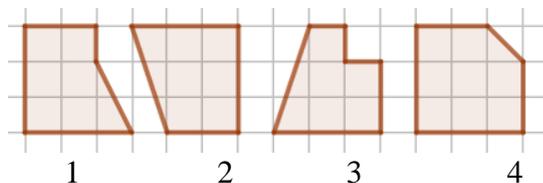


Ответ: 4123.

Г) (2 балла) На клетчатой бумаге нарисованы фигуры 1, 2, 3, 4. Укажите их номера в порядке увеличения площади.

В ответе необходимо указать только номера, не разделяя их пробелами или другими знаками.

Пример: 1342.



Ответ: 3124.

Задача 9. А) (2 балла) При составлении графика дежурств на неделю (каждый день, кроме субботы и воскресенья дежурит один человек) пятеро детей высказали пожелания, чтобы их дежурства проходили следующим образом:

Петя в среду или понедельник,

Дима в среду или четверг,

Коля во вторник или пятницу,

Денис в понедельник или пятницу,

Саша во вторник или четверг.

Сколькими способами можно составить график дежурств, чтобы выполнить все пожелания?

Ответ: 2.

Указание. Возможны варианты: Петя, Коля, Дима, Саша, Денис ИЛИ Денис, Саша, Петя, Дима, Коля.

Б) (2 балла) Пять подружек выбирают, кто в каком платье пойдет на дискотеку. У них есть красное, синее, зелёное, жёлтое и чёрное платья. Каждого цвета по одному. Они высказали пожелания по поводу цвета.

Полина хочет красное или синее,

Даша — синее или чёрное,

Катя — жёлтое или зелёное,

Дуня — зелёное или красное,

Света — жёлтое или чёрное.

Сколькими способами девочки могут надеть платья, чтобы выполнить все пожелания?

Ответ: 2.

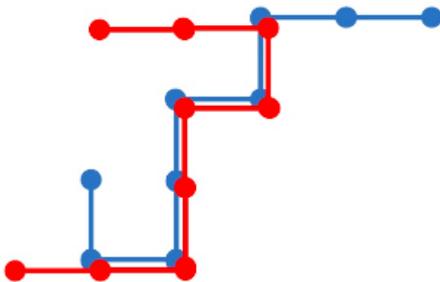
Указание. Возможны варианты: Полина – красное, Дуня – зелёное, Катя – жёлтое, Света – чёрное, Даша – синее ИЛИ Полина – синее, Даша – чёрное, Света – жёлтое, Катя – зелёное, Дуня – красное.

Задача 10. (2 балла) Каждый из двух согнутых кусков проволоки состоит из 8 участков длины 1. Один из кусков наложили (не разгибая) на другой так, что они частично совпали. Какова наибольшая возможная длина их общей (совпавшей) части?

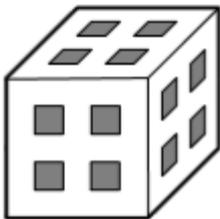


Ответ: 5.

Пример.

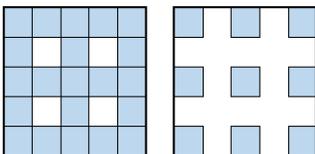


Задача 11. А) (2 балла) Из 125 одинаковых кубиков составили куб $5 \times 5 \times 5$. Затем проделали сквозные отверстия, убрав некоторые кубики, как показано на рисунке. Из скольких кубиков состоит оставшаяся часть куба?



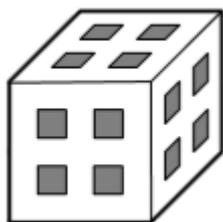
Ответ: 81.

Указание. Будет 3 слоя первого вида (по 21 кубик) и 2 слоя второго вида (по 9 кубиков). Итого $63 + 18 = 81$ кубик.



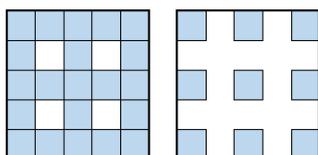
Иначе можно посчитать следующим образом. Убрано 12 столбиков по 5 кубиков (60 кубиков), но при этом 8 кубиков посчитаны 3 раза. Значит, убрано $60 - 8 \cdot 2 = 44$ кубика. Осталось $125 - 44 = 81$ кубик.

Б) (2 балла) Из одинаковых кубиков составили куб $5 \times 5 \times 5$. Затем проделали сквозные отверстия, убрав некоторые кубики, как показано на рисунке. Сколько кубиков убрали?



Ответ: 44.

Указание. Будет 3 слоя первого вида (убрано 4 кубика) и 2 слоя второго вида (убрано 16 кубиков). То есть убрано $12 + 32 = 44$ кубика.



Иначе можно посчитать следующим образом. Убрано 12 столбиков по 5 кубиков (60 кубиков), но при этом 8 кубиков посчитаны 3 раза. Значит, убрано $60 - 8 \cdot 2 = 44$ кубика.

Задача 12. А) (2 балла) Электронное табло сделано из ламп, как показано на рисунке. Например, на рисунке показано число 72. Для изображения цифры 7 горят 3 лампы, для цифры 2

горят 5 ламп.



Изображения всех цифр:



На табло меняются числа от 00 до 99.

Сколько раз в одной из цифр будет гореть на 2 лампы больше, чем в другой?

Ответ: 20.

Указание. Подходят числа 04, 14, 27, 28, 37, 38, 40, 41, 46, 49, 57, 58, 64, 72, 73, 75, 82, 83, 85, 94.

Б) (2 балла) Электронное табло сделано из ламп, как показано на рисунке. Например, на рисунке показано число 72. Для изображения цифры 7 горят 3 лампы, для цифры 2 горят 5

ламп.



Изображения всех цифр:



На табло меняются числа от 00 до 99.

Сколько раз в одной из цифр будет гореть на 3 лампы больше, чем в другой?

Ответ: 14.

Указание. Подходят числа 07, 12, 13, 15, 21, 31, 48, 51, 67, 70, 76, 79, 84, 97.