

# Modern dynamical systems

## 1 Formal description: Rules and Grading system (in Russian)

1. Список задач, приведенный ниже, - это задачи к экзамену для тех студентов, которые записаны на курс, но не выступали в течение семестра с докладами. Если Вы не знаете, нужно ли Вам решать задачи из списка, напишите на askripchenko@hse.ru - я уточню Ваш статус.
2. Экзамен состоится 27 мая 2020 года и начнется в 14:45. Если Вам неудобно предложенное время, напишите на askripchenko@hse.ru - мы обсудим альтернативные варианты.
3. Экзамен будет проходить в дистанционном формате. Чтобы принять в нем участие, воспользуйтесь ссылкой на конференцию zoom. Ссылка будет размещена в google classroom нашего курса. Если Вы не нашли ссылку, напишите на askripchenko@hse.ru.
4. Оценка за экзамен =  $\min(S, 10)$ , где  $S$  - сумма баллов (цена каждой задачи указана в скобках).
5. Пожалуйста, пришлите Ваши решения до 12:30 на адреса askripchenko@hse.ru и lando@hse.ru.

## 2 Quiz (in English)

1. Dynamics of Fuchsian groups:
  - (score 3) Prove that every abelian Fuchsian group is cyclic;
  - (score 1) Can a Fuchsian group be isomorphic to  $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ .
2. Homogeneous dynamics (score 2): Show that  $SL_2(\mathbb{Z})$  is discrete in  $SL_2(\mathbb{R})$ .
3. General ergodic theory (score 3):  
Prove that the Gauss map  $T(x) = \{\frac{1}{x}\}$  is mixing.

4. Teichmüller dynamics (score 3):

Find an explicit formula for the density of the volume measure (invariant under the Rauzy-Veech induction) for the following hyperelliptic interval exchange transformation:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Transfer operator theory (score 2):

If  $T$  is a probability preserving mixing map, then its transfer operator  $\hat{T}$  has exactly one eigenvalue on the unit circle, equal to 1, and this eigenvalue is simple.