

О ЛИСТКАХ, КОНТРОЛЬНОЙ, ЭКЗАМЕНЕ И ФОРМУЛЕ ОЦЕНКИ ПО ТФКП
(2020 ВЕСНА).

Содержание

1	Правила выставления автоматов, оценок за контрольную, листки, экзамен и итоговой оценки.	1
2	Листки	2
3	Контрольная работа	2
3.1	Время проведения контрольной	2
3.2	Как будет проходить контрольная	2
3.2.1	Получение заданий	2
3.2.2	Правила и устройство контрольной	2
3.2.3	Поддержка и обратная связь	2
3.3	Учения и тестирование системы	3
3.4	Задачи для подготовке к контрольной работе	3
3.4.1	Общие свойства комплексных чисел	3
3.4.2	Дробно-линейные и конформные отображения	3
3.4.3	Особые точки и ряды Лорана	4
3.4.4	Интегралы и вычеты	4
3.4.5	Несобственные интегралы	5
3.5	Пробный вариант контрольной	5
4	Экзамен	6
4.1	Устройство экзамена	6
4.2	Программа Экзамена	6
	Приложения	7
A	Телеграмм	7
B	Кондуит	7

1 Правила выставления автоматов, оценок за контрольную, листки, экзамен и итоговой оценки.

1. Написавшие контрольную на оценку большую 9 получают за курс автоматом 10.
2. Написавшие контрольную на оценки 8 и 9 имеют право на получения автоматом оценок 8 и 9 соответственно при условии сдачи до контрольной не менее чем 15 задач из листков.
3. Написавшие контрольную на оценки 6 и 7 имеют право на получение автоматом оценок 6 и 7 соответственно при условии сдачи до контрольной не менее чем 20 задач из листков.
4. От возможности получения оценки автоматом можно отказаться безвозвратно и сдать экзамен(коллоквиум) на общих основаниях.
5. Оценка за листки для учёта при вкладе в итоговую оценку вычисляется по формуле $\min\left(\left[\frac{N-\frac{1}{2}}{3}\right] + 1, 10\right)$, где N равно числу сданных задач листков.
6. Оценка за контрольную учитывается при вкладе в итоговую как есть, без изменений.
7. Итоговая оценка за курс вычисляется по правилу

$$0,2 * \text{листки} + 0,5 * \text{контрольная} + 0,3 * \text{экзамен}$$

округление вверх до целого.

2 Листки

Дедлайн по третьему листку продлён до 10 июня. Листок можно продолжать сдавать тем же людям, которым вы сдавали первые два листка тем способом (онлайн, тех, фото итд), которым они согласятся его принимать.

3 Контрольная работа

3.1 Время проведения контрольной

Контрольная будет проводиться в день Д час Х. В нынешней версии расписания для педагогов день Д - понедельник 8 июня, для математиков Д - вторник 9 июня. Время Х в обоих случаях 14:00.

3.2 Как будет проходить контрольная

3.2.1 Получение заданий

В день Д час Х одновременно произойдёт следующее:

- Все студенты второго курса автоматизированно получают на свои корпоративные почты персональные варианты контрольной
- Студенты, которые заранее (не позднее дня Д-7 включительно) озаботятся сообщить по адресу meryenn94@gmail.com о своем желании получить контрольную на другую более удобную им почту получают свой вариант и на неё тоже.
- Студенты, заранее (не позднее дня Д-7 включительно) сообщившие по тому же самому адресу meryenn94@gmail.com о своем желании получить контрольную на свой телеграмм-аккаунт и указавшие его, получают свой вариант также и на телеграмм.
- По ссылке <https://drive.google.com/drive/folders/1uPScLOyMIR2Pt3dX1oV2HbFgI28VdObc?usp=sharing> откроется доступ к гугл-папке ТФКРtest2020, содержащей семь папок соответствующих группам, в которых проходили семинары по тфкп. В них будут лежать персональные варианты студентов данной группы, с указанием фамилии в имени файла.

3.2.2 Правила и устройство контрольной

Контрольная содержит семь заданий, цена каждого из них в баллах будет указана. Ниже приведён тренировочный вариант с примерными расценками. Как и в тренировочном варианте общая цена всех семи задач будет составлять 14 баллов, оценка за контрольную равна минимуму из набранных баллов и десяти.

Во время работы никакой контроль с нашей стороны не предусмотрен.

Полное время на написание контрольной, фиксирование и сдачу результатов 2 часа. До времени Х+2 pdf-файл с вашими решениями должен быть отправлен по адресу, который будет указан на вашем персональном варианте.

Переписывания контрольной не будет.

3.2.3 Поддержка и обратная связь

Для помощи в решении проблем, которые могут возникнуть при получении или неполучении варианта контрольной и ответов на вопросы по заданиям перед началом контрольной будет заранее запущена zoom-конференция ТФКРtest2020 с идентификатором 954 4306 9135, ссылка <https://zoom.us/j/95443069135>. Кроме этого, сообщать о проблемах с получением или прочтением или пониманием условий задач контрольной можно будет в телеграмме в группе ТФКР2020 по адресу <https://t.me/hsetfkp2020>. Группа уже запущена и в неё уже можно обращаться с вопросами.

3.3 Учения и тестирование системы

Поскольку запланированные мероприятия довольно сложносочинённые и помехоустойчивость их неочевидна, то за неделю до контрольной, в день Д-7 будет проведены учения, включающие в себя тест системы персональной рассылки заданий и техподдержки в zoom'e и телеграмме. Всем студентам второго курса рекомендуется проверить что они смогут получить отправленные им персональные сообщения, открыть их, и оценить время, которое на это уйдёт. Желающие также смогут протестировать свои способности по переводу решений в pdf формат, отсылке их по указанному в варианте адресу и оценить время которое им для этого потребуется.

3.4 Задачи для подготовке к контрольной работе

3.4.1 Общие свойства комплексных чисел

1. Решите уравнение $\bar{z} = z^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.
2. Найдите аргумент $\frac{z-1}{z+1}$ если $|z| = 1$.
3. Найдите образ координатной сетки $\{x = \text{const}, y = \text{const}\}$ для следующих отображений комплексной плоскости: $z \mapsto z^2$, $z \mapsto e^z$, $z \mapsto 1/z$.
4. Восстановите аналитическую функцию по заданному условию, ответ выразите в виде функции от $z = x + iy$
 - $\text{Re } f(z) = \sin x \cosh y$, $f(0) = 0$
 - $\text{Re } f(z) = x \sin x \cosh y - y \sinh y \cos x$, $f(0) = 0$
 - $\text{Im } f(z) = y \cos x \cosh y - x \sin x \sinh y$, $f(0) = 2$
 - $|f(z)| = (x^2 + y^2)e^x$,
 - $\arg f(z) = xy$.
 - $\text{Re } f(z) = 3x + \frac{2y}{x^2+y^2}$
5. Найдите все решения. В ответе допускаются логарифмы и обратные тригонометрические функции только от вещественных аргументов.
 - $\text{tg } z = \frac{1}{3i}$
 - $|\text{tg } z| = 1$
 - $\begin{cases} \cos z + i \sin z = 2 + \sqrt{5}i \\ \cos z - i \sin z = 2 - \sqrt{5}i \end{cases}$

3.4.2 Дробно-линейные и конформные отображения

6. Постройте конформное отображение комплексной плоскости переводящее треугольник с вершинами $0, -1, i$ в треугольник с вершинами $0, 2, 1 + i$
7. Отобразите конформно на верхнюю полуплоскость области
 - $D_1 = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_{\geq 0}$
 - $D_2 = \overline{\mathbb{C}} \setminus \{z \in \mathbb{R}, |z| \geq 1\}$
 - $D_3 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Im } z - \text{Re } z < \sqrt{2}\}$
 - $D_4 = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| < \sqrt{2}, |z + 1| < \sqrt{2}\}$
 - $D_5 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \text{Im } z < 0\}$
 - $D_6 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\} \setminus \{z \in \mathbb{R} : |z| > 1/2\}$

- $D_7 = \overline{\mathbb{C}} \setminus \{z \in \mathbb{R}, |z| \leq 1\}$
- $D_8 = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Im} z < 2\pi, \operatorname{Re} z > 0\}$
- $D_9 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2, |z - 1| > 1, \operatorname{Im} z > 0\}$
- $D_{10} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, |z - i - 1| > 1, |z - i + 1| > 1\}$

8. Найдите образ треугольника с вершинами в $z = 0, i, -i$ при преобразовании $z \mapsto 1/z$

9. Найдите образ области D при отображении f

- $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1, \operatorname{Re} z > 0\}, \quad f = \frac{z+1}{z+i}$
- $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Im} z < 1\}, \quad f = \frac{z-1}{z-i}$
- $D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re} z < 1\}, \quad f = \frac{z-i}{z-1}$

3.4.3 Особые точки и ряды Лорана

10. Найдите все особые точки точки на $\overline{\mathbb{C}}$ и определите их тип у следующих функций:

- $f_1(z) = \frac{1}{1 - \sin z}$
- $f_2(z) = \frac{z}{\sin(z^3)}$
- $f_3(z) = \frac{1}{e^{z^2} + 1}$
- $f_4(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^3}$
- $f_5(z) = \frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z}$
- $f_6(z) = \frac{z^3}{\sin^2 \frac{\pi}{z+1}}$
- $f_7(z) = \frac{1}{e^{z^2} + 1}$
- $f_8(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^3}$
- $f_9(z) = \frac{1}{z^3(2 - \cos z)}$

11. Разложите $f(z)$ в ряд Лорана (Тейлора) в областях D_i

- $f_1(z) = \frac{1}{(z-2)(z-5)}, \quad D_0 = \{|z| < 2\}, D_1 = \{2 < |z| < 5\}, D_\infty = \{5 < |z|\}$
- $f_2(z) = \frac{1}{(z-3)^2}, \quad D_0 = \{|z| < 3\}, D_\infty = \{3 < |z|\}$
- $f_3(z) = \cos \frac{z}{z+1}, \quad D_1 = \{0 < |z-1| < \infty\}$

3.4.4 Интегралы и вычеты

12. ¹ Вычислите интеграл $\int_\gamma \bar{z} dz$, где γ – окружность радиуса R с центром в точке $a \in \mathbb{C}$, проходимая против часовой стрелки.

13. ¹ Вычислите интеграл $\oint_{\{\operatorname{Im} z > 0, |z|=1\} \cup \{\operatorname{Im} z=0, -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1\}} |z| \bar{z} dz$

14. ¹ Вычислите интеграл $\int_{\{|z|=1\} \cap \{\operatorname{Im} z \geq 0\}} (z^2 + |z|^2) dz$

15. Найдите вычеты дифференциальных форм в их особых точках

- $\omega(z) = \frac{z}{z^2 + 1} dz$ в точках $z = \pm i$
- $\omega(z) = \frac{e^z}{(z-1)^2} dz$ в точке $z = 1$
- $\omega(z) = \frac{z^{2n}}{(z-1)^n} dz$ в точке $z = 1$
- $\omega(z) = \left(\sin z \sin \frac{1}{z} \right) dz$ в точках $z = 0, \infty$
- $\omega(z) = \frac{\sin 3z - 3 \sin z}{\sin z (\sin z - z)} dz$ в точке $z = 0$
- $\omega(z) = \frac{dz}{z^3 - z^5}$ в точках $z = 0, \pm 1$
- $\omega(z) = \sin \frac{z}{z+1} dz$ в точках $z = 0, \infty$
- $\omega(z) = e^{\frac{z}{1-z}} dz$ в точках $z = 1, \infty$

¹Только для математиков

16. Вычислите интегралы (параметры $a > b > 0$ вещественные)

$$\begin{array}{lll}
 \bullet \oint_{|z|=1} \sin \frac{1}{z} dz & \bullet \oint_{|z|=1} \frac{e^z}{(2z+1)^2(z+2)} dz & \bullet \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a+b \cos \varphi} \\
 \bullet \oint_{|z|=1} \sin^2 \frac{1}{z} dz & \bullet \oint_{|z|=1} \frac{dz}{e^{2/z} - e^{1/z}} & \bullet \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 - 5z} \\
 \bullet \oint_{|z|=1} \frac{dz}{\sin \frac{1}{z}} & \bullet \oint_{|z|=1} \frac{z^3}{2z^4 + 1} dz & \bullet \oint_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^4 + 1} \\
 \bullet \oint_{|z|=4} \frac{z^4 dz}{e^z + 1} & \bullet \oint_{|z|=1} (z+1)e^{1/z} dz & \bullet \oint_{|z|=2} \frac{z}{(z-3)(z^5-1)} dz
 \end{array}$$

3.4.5 Несобственные интегралы

17. Вычислите интегралы (параметры a, b, k, t вещественные, i мнимая единица)

$$\begin{array}{lll}
 \bullet \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx & \bullet \int_0^{\infty} \frac{x^2 + t^2}{x^4 + t^4} dx & \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+9)} dx \\
 \bullet \int_0^{\infty} \frac{x \sin tx}{x^2 + t^2} dx & \bullet \int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{x^2 + b^2} dx & \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x e^{ix}}{x^2 - 2ix - 2} dx \\
 \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 - 4x + 5} dx & \bullet \int_0^{\infty} \frac{\sin ax}{x(x^2 + b^2)} dx & \bullet \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikx}}{x^2 + 1} dx
 \end{array}$$

3.5 Пробный вариант контрольной

Контрольная рассчитана на одну пару (полтора часа). Дополнительно будут выделены 30 минут на получение задания, оцифровывание и отсылку решений.

ТФКП, КОНТРОЛЬНАЯ 12.03.2019

2 ВАРИАНТ

1. (1 балл) Найдите геометрическое место точек на комплексной плоскости (опишите множество в координатах x, y)

$$\operatorname{Re} \frac{1}{z} = 2$$

2. (1 балл) Найдите все решения. В ответе допускаются логарифмы и обратные тригонометрические функции только от вещественных аргументов.

$$\begin{cases} \cos z + \sin z = 2 \\ \cos z - \sin z = i\sqrt{2} \end{cases}$$

3. (2 балла) Найдите образ области D при отображении f

$$D = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Im} z < 1\}, \quad f = \frac{z-1}{z-i}$$

4. (2 балла) Разложите $f(z)$ в ряд Лорана (Тейлора) в областях D_i

$$f(z) = \frac{1}{(z-3)^2}, \quad D_0 = \{|z| < 3\}, \quad D_\infty = \{3 < |z|\}$$

5. (2 балла) Найдите все особые точки функции, укажите их тип, ответ обоснуйте.

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z}}}{\sin\left(\frac{1}{z+1}\right)^2}$$

6. (3 балла) Вычислите интеграл

$$\oint_{|z|=3} \frac{e^{\frac{1}{1-z}}}{z} dz$$

7. (3 балла) Вычислите интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x - \sin x}{x^3} dx,$$

4 Экзамен

4.1 Устройство экзамена

Экзамен устный, проходить будет с использованием zoom'a, технические подробности будут сообщены дополнительно позднее. Каждый билет состоит из одного теоретического вопроса и одной простой задачи. Через 20 минут после начала подготовки студент может быть вызван и должен будет начать отвечать. Вопрос и задача оцениваются из пяти баллов каждый, блокирующих элементов нет. При необходимости экзаменаторы могут давать дополнительные вопросы или задачи.

4.2 Программа Экзамена

ПРОГРАММА КУРСА ТФКП ВЕСНА 2020

1. Комплексная дифференцируемость: уравнения Коши-Римана и приближение комплексно-линейной функцией.
2. Голоморфность и конформность.
3. Дробно-линейные функции и преобразования основных областей.
4. Лемма Гурса.
5. Первообразная голоморфной функции. Теорема Коши о гомотопии.
6. Интегральная формула Коши. Принцип максимума.
7. Теорема Лиувилля.
8. Лемма Шварца.
9. Открытость голоморфной функции.

10. Разложение голоморфной в круге функции в ряд.
11. Свойства степенных рядов. Голоморфность степенного ряда.
12. Бесконечная дифференцируемость голоморфной функции.
13. Теорема о занулении (единственности) голоморфной функции.
14. Теорема Морера.
15. Изолированные особые точки. Ряды Лорана.
16. Теорема Сохоцкого.
17. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.
18. Принцип аргумента. Теорема Руше.

Приложения

А Телеграмм

Группа <https://t.me/hsetfkr2020> будет использоваться для объявлений, рассылок и приёма вопросов от населения по курсу ТФКП.

В Конduit

Состояние кондуита на 22.05.20 можно увидеть по ссылке: [конduit](#)