

## Семинар 1

1. Доказать, что  $\rho(t) = \exp \lambda t$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  является точным вещественным одномерным представлением группы вещественных чисел.

2. Зададим линейное представление группы  $\mathbb{R}$ , сопоставив числу  $t$  поворот евклидовой плоскости на угол  $t$ . Будет ли это представление а) точным, б) неприводимым?

3. Опишите с точностью до эквивалентности все одномерные комплексные представления циклической группы порядка  $n$ . Докажите, что любое конечномерное комплексное представление этой группы раскладывается в прямую сумму одномерных.

4. Пусть  $G$ -группа вращений квадрата,  $\rho$  — ее представление в пространстве  $F(V)$  комплекснозначных функций на множестве его вершин  $V$ :  $(\rho(g)f)(v) = f(g^{-1}v)$ ,  $g \in G$ ,  $v \in V$ ,  $f \in F(V)$  (почему  $g^{-1}$ , а не  $g$ ?). Опишите все  $G$ -инвариантные подпространства пространства  $F(V)$ . Разложите представление  $\rho$  на неприводимые.

5. Указать пример приводимого, но не вполне приводимого представления а) группы  $\mathbb{R}$ ; б) циклической группы порядка 17 над полем из 17 элементов.

6. Доказать, что подпредставление вполне приводимого представления вполне приводимо.