

Семинар 3

1. Пусть $[\rho(g)]$ – матрица представления в фиксированном базисе пространства представления V , а $[\hat{\rho}(g)]$ – матрица двойственного представления в двойственном базисе пространства V^* . Как связаны эти матрицы?

2. Доказать, что двойственное представление неприводимого представления неприводимо.

3. Найти все одномерные комплексные представления групп диэдра D_{14} и D_{16} .

4. Найти все неприводимые двумерные комплексные представления группы S_3 , явно указав (какую-нибудь) их унитарную матричную реализацию.

5. Доказать, что левое регулярное представление конечной группы эквивалентно правому.

6 (трудная задача). Определим действие группы $GL(2, \mathbb{C})$ в пространстве $M(2, \mathbb{C})$ всех комплексных 2×2 матриц по формуле $g(X) = gXg^t$. Доказать, что это действие задает представление группы $GL(2, \mathbb{C})$ в пространстве матриц. Разложить это представление в прямую сумму неприводимых (совет: рассмотреть подпространства симметрических и кососимметрических 2×2 матриц).