Математическая теория игр:

Домашнее задание №1

1. Сформулируйте и докажите теорему Брауэра о неподвижной точке для отрезка.
2. Сформулируйте и докажите теорему Брауэра о неподвижной точке для квадрата (подсказка: П1).
3. Пусть f – непрерывное отображение отрезка $[a, b]$ на себя. Докажите, что тогда отображение $g = f^2$ (композиция отображения f с самим собой) имеет по крайней мере две неподвижных точки. Верно ли это, если f отображает отрезок $[a, b]$ в себя, но не на себя?
4. Сформулируйте и докажите лемму Шпернера для отрезка и треугольника.
5. Докажите теорему Брауэра о неподвижной точке, используя лемму Шпернера
6. Сформулируйте и докажите двойственную лемму Шпернера для треугольника (см. П2)
7. Для треугольника сформулируйте двойственную лемму Шпернера и выведите ее из леммы Шпернера.
8. Доказать лемму из П2 о том, что существует сколь угодно мелкая триангуляция, в вершине треугольников которой можно расставить A, B, C для произвольного многоугольника.
9. Привести набросок доказательства теоремы о справедливом разрезании торта.
10. Привести набросок доказательства теоремы о справедливом распределении арендной платы.
11. Привести подробное доказательство утверждения о предельном переходе в П2.

Подсказки:

П1. Скачать книгу по ссылке: Ю. А. Шашкин. Популярные лекции по математике. Неподвижные точки. М., «Наука»,

П2. Презентация Ксении Исаевой на сайте семинара.