

## Семинар 1.

**Задача 1.** В вещественном векторном пространстве  $\mathbb{R}^3$  с координатами  $x_1, x_2, x_3$  в стандартном базисе рассмотрим аффинные плоскости (экраны)  $U_1 = \{x_1 = 1\}$  и  $U_2 = \{x_2 = 1\}$ . В плоскости  $U_1$  в качестве координат естественно взять координаты  $x_2$  и  $x_3$ , а в плоскости  $U_2$  - координаты  $x_1$  и  $x_3$ . Эти плоскости  $U_1$  и  $U_2$ , как мы знаем, являются картами для проективной плоскости  $\mathbb{P}^2 = \mathbb{P}(\mathbb{R}^3)$ . Поэтому любое множество  $M \subset \mathbb{P}^2$ , задаваемое в карте  $U_1$  каким-то уравнением, будет в карте  $U_2$  также задаваться некоторым уравнением. Возьмем в карте  $U_1$  множества, задаваемые уравнениями:

- а)  $ax_2 + bx_3 + c = 0$ , где  $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$  (уравнение прямой),
- б)  $x_2^2 + x_3^2 = 1$  (уравнение окружности),
- в)  $x_2^2 - x_3^2 = 1$  (уравнение гиперболы),
- г)  $x_2 = x_3^2$  (уравнение параболы).

Найдите уравнения этих кривых в координатах  $x_1$  и  $x_3$  в карте  $U_2$ . Уравнениями каких кривых они являются?

**Задача 2.** Пусть  $f : \mathbb{P}^1 \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}^1$  - проективное отображение. Сколькими парами соответственных точек это отображение определяется однозначно?