V векторное пр-во / k

$k = \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{F}_p$

$f: V \longrightarrow W$ – лин. отоб-ие

$f: V \xrightarrow{\sim} W$ – из-зм, если оно биект

$n = \dim_k V < \infty$: $\exists\ e_1, \dots, e_n \in V$

$\forall v \in V$ единств. обр.: $v = \lambda_1 e_1 + \dots + \lambda_n e_n$, $\lambda_i \in k$

$f(e_i) = g_i$, $i = 1, \dots, n$ $\quad f(\sum \lambda_i e_i) = \sum \lambda_i f(e_i)$

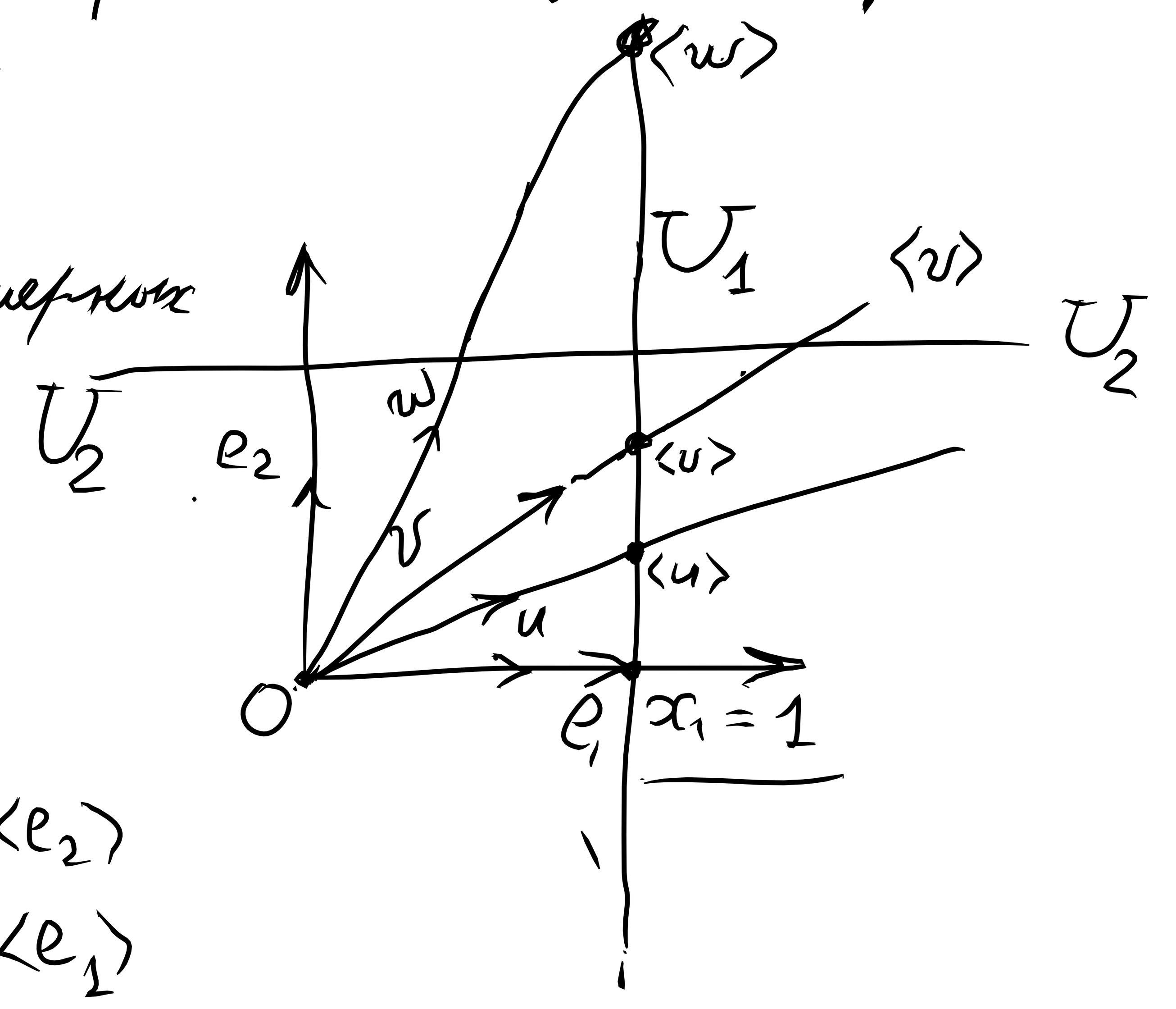
$\mathbb{P}^n = \mathbb{P}(V^{n+1})$ проективизация пр-ва $V = V^{n+1}$

$n = 0 \quad \mathbb{P}^0 := \{pt\}$

$n = 1 \quad \dim V = 2$

$\mathbb{P}^1 = \mathbb{P}(V)$ – мн-во всех 1-мерных подпр-в в V

$\langle v \rangle = \{\lambda v \in V \mid \lambda \in k\}$, $v \neq 0$



$v = x_1 e_1 + x_2 e_2$

$U_1 \parallel e_2 \qquad U_1 = \mathbb{P}(V) \setminus \langle e_2 \rangle$

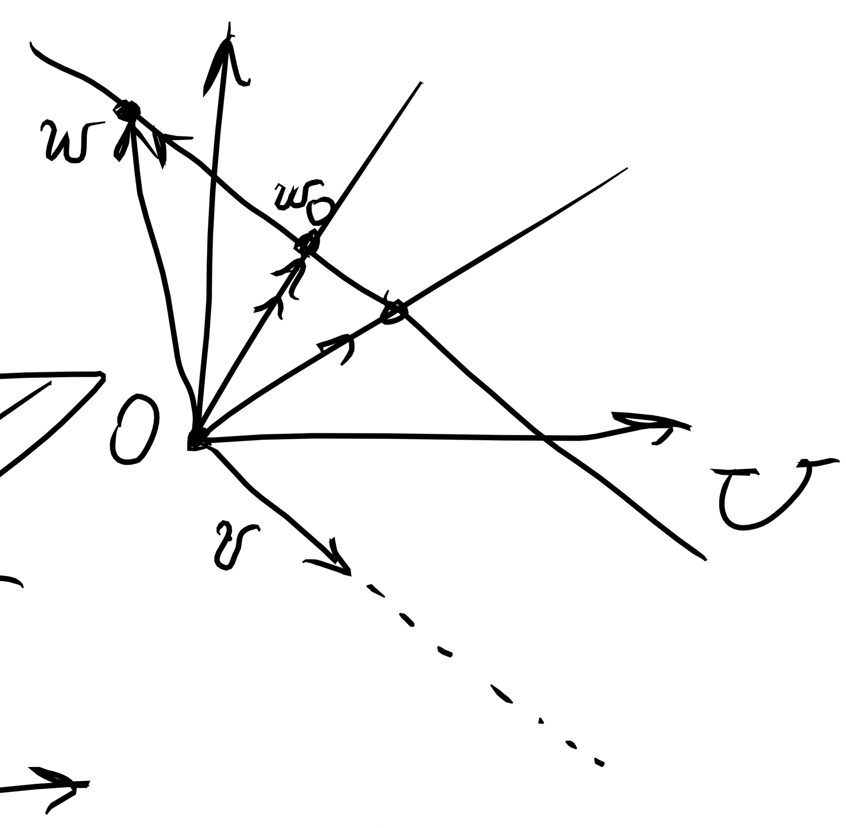
$U_2 \parallel e_1 \qquad U_2 = \mathbb{P}(V) \setminus \langle e_1 \rangle$

$\mathbb{P}(V) = U_1 \cup U_2$, $\quad U_1 \cap U_2 = \mathbb{P}(V) \setminus \{\langle e_1 \rangle, \langle e_2 \rangle\}$

U_i назыв. аффинными картами

$U = \{w = w_0 + \lambda v \mid \lambda \in k\}$, $w_0 \neq 0$

афф. 1-мерное пр. во

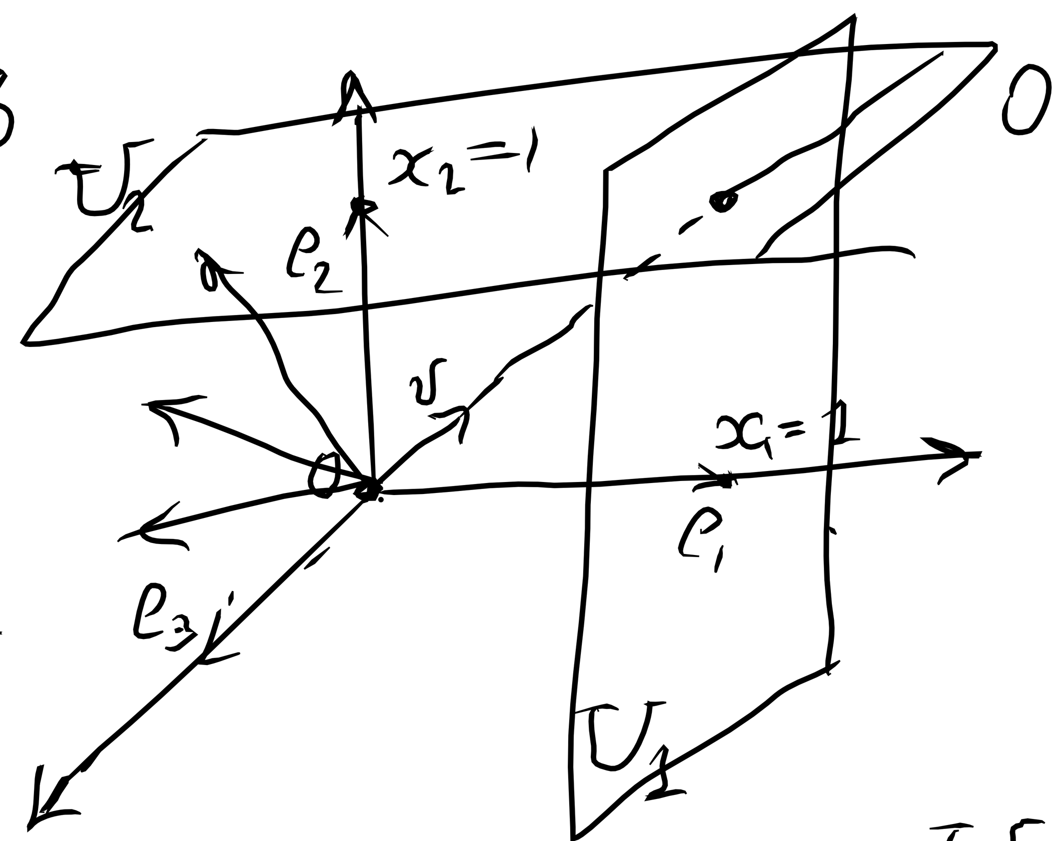


$\dim V = 3$

$v = \sum_{i=1}^{3} x_i e_i$

$\langle e_2, e_3 \rangle = W_1$

лин об $\dim = 2$



$U_1 = \{e_1 + \lambda_2 e_2 + \lambda_3 e_3 \mid \lambda_2, \lambda_3 \in k\}$

$U_2 = \{e_2 + \mu_1 e_1 + \mu_3 e_3 \mid \mu_1, \mu_3 \in k\}$

$U_3 = \{e_3 + \nu_1 e_1 + \nu_2 e_2 \mid \nu_1, \nu_2 \in k\}$

$U_1 = \underset{\mathbb{P}^2}{\mathbb{P}(V)} \setminus \underset{\mathbb{P}^1}{\underline{\mathbb{P}(W_1)}}$

$\mathbb{P}(V) \setminus (U_1 \cup U_2) = \langle e_3 \rangle$

$U_i = \mathbb{P}(V) \setminus \mathbb{P}(W_i) \qquad W_i = \langle e_j, e_k \rangle \qquad \{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$

$U_i = \mathbb{A}_i^2$

$\mathbb{P}(V) = \mathbb{A}_1^2 \cup \mathbb{A}_2^2 \cup \mathbb{A}_3^2$

$V^{n+1} = V \qquad \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(V) = \bigcup_{i=1}^{n+1} \mathbb{A}_i^n$,

$\mathbb{A}_i^n = \{e_i + \sum_{j \neq i}^{n+1} \lambda_j e_j \mid \lambda_j \in k\}$ – афф. карты

$V, W, \ \dim V = \dim W = n + 1$

$\bar{f}: \mathbb{P}^n = \mathbb{P}(V) \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}(W) = \mathbb{P}'^n$ – проект. отоб.

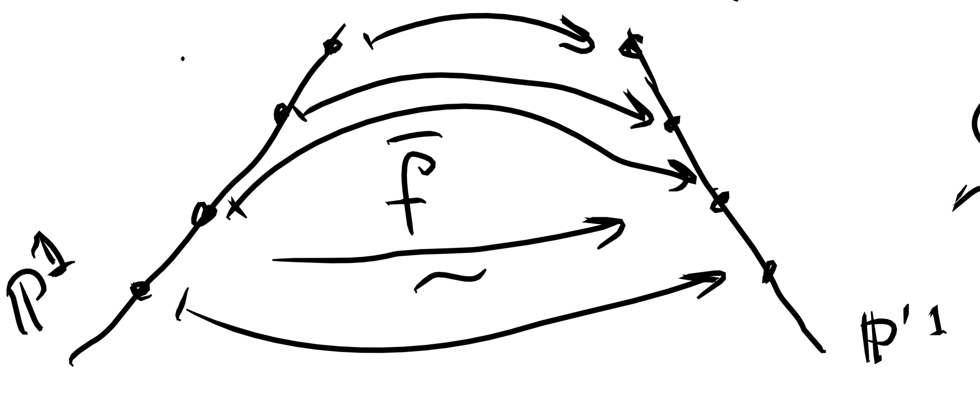
если $\exists$ лин. из-зм $f: V \xrightarrow{\sim} W$ т., что

$\bar{f}(\langle v \rangle) := \langle f(v) \rangle$, $v \neq 0$, $f(v) \neq 0$; $\quad \langle v \rangle = \langle v' \rangle$ $\ v' \neq 0$, $v' = \lambda v$, $\lambda \neq 0$

$\bar{f}(\langle v' \rangle) = \langle f(v') \rangle = \langle f(\lambda v) \rangle = \langle \lambda f(v) \rangle = \langle f(v) \rangle$, $f(v) \neq 0$

Зад.

$n = 1$



Образами скольких точек $\bar{f}$ опр-ется однозначно?