НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Поведенческие и смешанные стратегии

4 лекция

Хорошавкина Надежда

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

5 октября 2020 г.

Поведенческая стратегия

Поведенческая стратегрия — это формализация ситуации, когда не только Природа, но и игроки могут выбирать свои ходы случайно.

Поведенческая стратегия

Поведенческая стратегрия — это формализация ситуации, когда не только Природа, но и игроки могут выбирать свои ходы случайно.

Вспомним, что через $M(h)$ мы обозначаем множество ходов, которые может сделать игрок, находящийся в информационном множестве h.

Поведенческая стратегия

Поведенческая стратегрия — это формализация ситуации, когда не только Природа, но и игроки могут выбирать свои ходы случайно.

Вспомним, что через $M(h)$ мы обозначаем множество ходов, которые может сделать игрок, находящийся в информационном множестве h.

Ход x игрока называется **чистым**, если $x \in M(h)$.

Поведенческая стратегия

Поведенческая стратегрия — это формализация ситуации, когда не только Природа, но и игроки могут выбирать свои ходы случайно.
Вспомним, что через $M(h)$ мы обозначаем множество ходов, которые может сделать игрок, находящийся в информационном множестве h.
Ход x игрока называется **чистым**, если $x \in M(h)$.
Ход x игрока называется **смешанным**, если $x \in \Delta(M(h))$.
Таким образом, при смешанном ходе игрок выбирает, как ему распределить вероятность между всеми возможными в данный момент ходами.

Поведенческая стратегия

Поведенческая стратегрия — это формализация ситуации, когда не только Природа, но и игроки могут выбирать свои ходы случайно.

Вспомним, что через $M(h)$ мы обозначаем множество ходов, которые может сделать игрок, находящийся в информационном множестве h.

Ход x игрока называется **чистым**, если $x \in M(h)$.

Ход x игрока называется **смешанным**, если $x \in \Delta(M(h))$.

Таким образом, при смешанном ходе игрок выбирает, как ему распределить вероятность между всеми возможными в данный момент ходами.

Поведенческая стратегия — это стратегрия, при которой игрок выбирает по элементу из $\Delta(M(h))$ в каждом информационном множестве h.

Как найти вероятность каждой траектории игры?

Как найти вероятность каждой траектории игры?
Припишем каждой позиции x дерева игры число (вероятность) $\pi(x)$ следующим образом.
По определению, для корневой вершины x положим $\pi(x) = 1$.
По индукции по удаленности вершин от корневой вершины определим значение

$$\pi(x) = \pi(y) \cdot \beta(y),$$

где y — вершина, предшествующая вершине x, а $\beta(y) \in \Delta(M(h))(y)$ — вероятность выбора вершины x в момент, когда игрок находится в вершине y, в соответствии с его выбором элемента из $\Delta(M(h))$ (где $y \in h$).

Как найти вероятность каждой траектории игры?
Припишем каждой позиции x дерева игры число (вероятность) $\pi(x)$ следующим образом.
По определению, для корневой вершины x положим $\pi(x) = 1$.
По индукции по удаленности вершин от корневой вершины определим значение

$$\pi(x) = \pi(y) \cdot \beta(y),$$

где y — вершина, предшествующая вершине x, а $\beta(y) \in \Delta(M(h))(y)$ — вероятность выбора вершины x в момент, когда игрок находится в вершине y, в соответствии с его выбором элемента из $\Delta(M(h))$ (где $y \in h$).
Вероятности перемножаются! Значит, события независимы.

Как найти вероятность каждой траектории игры?
Припишем каждой позиции x дерева игры число (вероятность) $\pi(x)$ следующим образом.
По определению, для корневой вершины x положим $\pi(x) = 1$.
По индукции по удаленности вершин от корневой вершины определим значение

$$\pi(x) = \pi(y) \cdot \beta(y),$$

где y — вершина, предшествующая вершине x, а $\beta(y) \in \Delta(M(h))(y)$ — вероятность выбора вершины x в момент, когда игрок находится в вершине y, в соответствии с его выбором элемента из $\Delta(M(h))$ (где $y \in h$).
Вероятности перемножаются! Значит, события независимы.
Нетрудно убедиться, что сумма чисел $\pi(x)$ по всем терминальным вершинам $x \in T$ равна 1.

Как найти вероятность каждой траектории игры?
Припишем каждой позиции x дерева игры число (вероятность) $\pi(x)$ следующим образом.
По определению, для корневой вершины x положим $\pi(x) = 1$.
По индукции по удаленности вершин от корневой вершины определим значение

$$\pi(x) = \pi(y) \cdot \beta(y),$$

где y — вершина, предшествующая вершине x, а $\beta(y) \in \Delta(M(h))(y)$ — вероятность выбора вершины x в момент, когда игрок находится в вершине y, в соответствии с его выбором элемента из $\Delta(M(h))$ (где $y \in h$).
Вероятности перемножаются! Значит, события независимы.
Нетрудно убедиться, что сумма чисел $\pi(x)$ по всем терминальным вершинам $x \in T$ равна 1.
Игра, полученная из игры G в развернутой форме путем выбора каждым игроком поведенческой стратегии вместо чистой, называется **поведенческим расширением** игры G.

Смешанная стратегия

Смешанная стратегия — это поведенческая стратегия для игры в нормальной форме.

Смешанная стратегия

Смешанная стратегия — это поведенческая стратегия для игры в нормальной форме.

Смешанная стратегия — это стратегия, при которой игрок выбирает элемент из $\Delta(S)$, где S обозначает множество ходов игрока.

Таким образом, игрок начинает действовать в точности как описанная ранее лотерея.

Смешанная стратегия

Смешанная стратегия — это поведенческая стратегия для игры в нормальной форме.

Смешанная стратегия — это стратегия, при которой игрок выбирает элемент из $\Delta(S)$, где S обозначает множество ходов игрока.

Таким образом, игрок начинает действовать в точности как описанная ранее лотерея.

Исходом в игре, где каждый игрок действует по смешанной стратегии, является лотерея $\sigma_1 \otimes \ldots \otimes \sigma_N$, где каждый игрок i выбрал элемент σ_i.

Смешанная стратегия

Смешанная стратегия — это поведенческая стратегия для игры в нормальной форме.

Смешанная стратегия — это стратегия, при которой игрок выбирает элемент из $\Delta(S)$, где S обозначает множество ходов игрока.

Таким образом, игрок начинает действовать в точности как описанная ранее лотерея.

Исходом в игре, где каждый игрок действует по смешанной стратегии, является лотерея $\sigma_1 \otimes \ldots \otimes \sigma_N$, где каждый игрок i выбрал элемент σ_i.

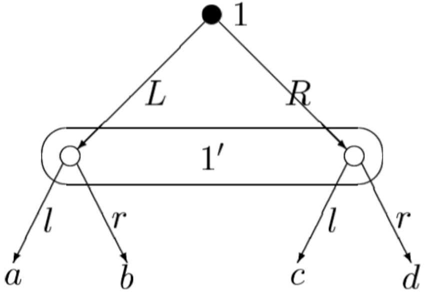
Игра, полученная из игры G в нормальной форме путем выбора каждым игроком смешанной стратегии вместо чистой, называется **смешанным расширением** игры G. Она обозначается через G^m.

Сравнение смешанной и поведенческой стратегий

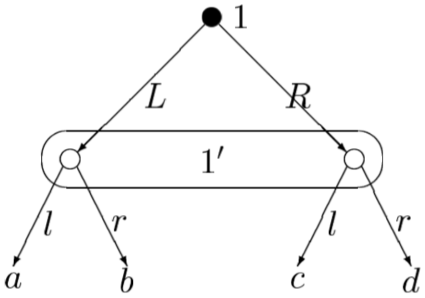
Каждую игру в развернутой форме можно сделать более случайной двумя способами: первый — это взять поведенческое расширение игры; второй — перевести игру в соответстсвующую ей игру в нормальной форме, и у полученной игры взять смешанное расширение.

Сравнение смешанной и поведенческой стратегий

Каждую игру в развернутой форме можно сделать более случайной двумя способами: первый — это взять поведенческое расширение игры; второй — перевести игру в соответтсвующую ей игру в нормальной форме, и у полученной игры взять смешанное расширение.
Смешанная и поведенческая стратегия соответствуют друг другу аналогично тому, как это происходит с нормальной и развернутой формами игры.
Однако результаты исходов часто оказываются разными.

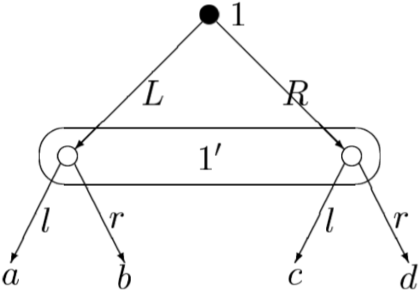


Пример. Пример забывчивого игрока



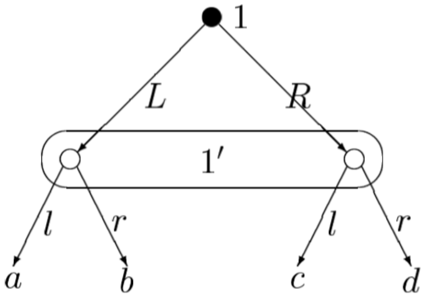
Пример. Пример забывчивого игрока

Рассмотрим смешанную стратегию $1/2 \otimes (L, l) + 1/2 \otimes (R, r)$.
В ней достигается лишь два из четырех исходов.



Пример. Пример забывчивого игрока

Рассмотрим смешанную стратегию $1/2 \otimes (L, l) + 1/2 \otimes (R, r)$.
В ней достигается лишь два из четырех исходов.
А соответствующая ей поведенческая стратегия приводит ко всем четырем исходам равновероятно, поскольку распределение вероятностей в каждом элементе информационного множества должно быть одинаковым.



Пример. Пример забывчивого игрока

Рассмотрим смешанную стратегию $1/2 \otimes (L, l) + 1/2 \otimes (R, r)$.
В ней достигается лишь два из четырех исходов.
А соответствующая ей поведенческая стратегия приводит ко всем четырем исходам равновероятно, поскольку распределение вероятностей в каждом элементе информационного множества должно быть одинаковым.
В играх с **совершенной памятью** поведенческая и смешанная стратегии эквивалентны (Кун, 1953).

Совершенство памяти

- Соседние вершины дерева игры являются элементами разных информационных множеств (игрок помнит, что сделал ход).
- Для любых x и y из одного информационного множества верно, что: если существует x' такой, что из x' можно попасть в x действием a, причем вершины x и x' принадлежат одному и тому же игроку, то тогда существует y', из которого действием a можно попасть в y, причем вершины y и y' принадлежат этому же игроку (у всех вершин информационного множества один и тот же набор прешествующих исходов).