

Исключение доминируемых стратегий

Бобрин Максим

12 октября 2020

Определение

Стратегия s_i игрока i сильно доминирует стратегию s'_i ($s_i > s'_i$), если $u_i(s_i, s_{-i}) > u_i(s'_i, s_{-i}) \forall s_{-i} \in S_{-i}$. Если всюду стоят \geq , то это слабое доминирование. Доминирующей – если стратегия сильно доминирует любую другую. ($s_{-i} := (s_j)_{j \in I \setminus \{i\}}$)

Пример:

Выбор суперкомпьютера

W – IBM Watson

C – Christofari

	W	C
W	3,1	2,3
C	0,0	1,4

Доминируемая стратегия – стратегия, для которой найдется хотя бы одна доминирующая стратегия.

Метод последовательного исключения доминируемых стратегий – технология упрощения некооперативных игр.

Пример:

Стратегии S_A - a_1, a_2

Для S_B - b_1, b_2, b_3

1)

	b_1	b_2	b_3
a_1	6 ; 5	3 ; 6	3 ; 9
a_2	7 ; 7	3 ; 0	4 ; 1

2) Для В $b_2 < b_3$:

	b_1	b_3
a_1	6 ; 5	3 ; 9
a_2	7 ; 7	4 ; 1

3) Для А $a_1 < a_2$

	b_1	b_3
a_2	7 ; 7	4 ; 1

4) Для В $b_3 < b_1$

Игры, которые таким процессом приводят к успеху, называют *разрешимыми по доминированию*.

Определение

Если в конечной игре в нормальной форме в результате последовательного исключения строго доминируемых стратегий остается матрица 1×1 , то оставшийся профиль называется **равновесием, получаемым исключением строго доминируемых стратегий**.

Формально: $S_i = S_i^0 \supset \dots \supset S_i^k \dots$, где S_i^{k+1} состоит из недоминируемых стратегий в игре $(N, (S_i^k), u_i | S^k)$. Так как S_i конечно, то происходит стабилизация на некотором S_i^∞

В любой ли игре в нормальной форме можно прийти к матрице 1×1 , последовательно исключая строго доминируемые стратегии?

Нет, например, в игре “Битва полов” ни у мужа, ни у жены нет строго доминируемой стратегии.

Также, порядок в котором исключаются стратегии, не важен, в результате придем к одному и тому же профилю.

Данный способ сильно опирается на информационные гипотезы.

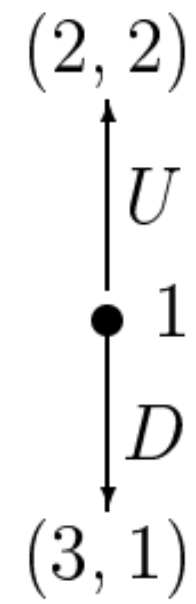
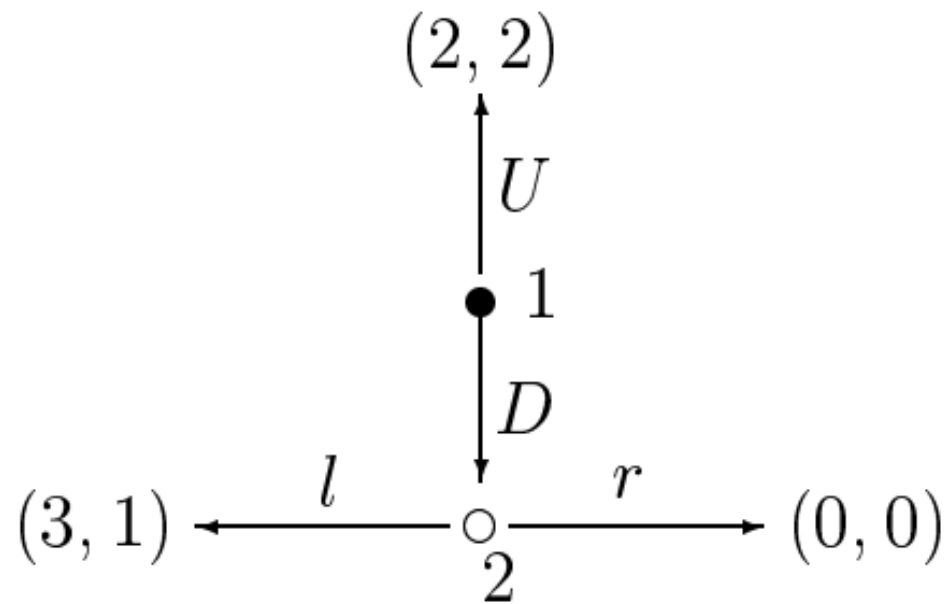
Еще один пример:

	$t1$	$t2$	$t3$		$t1$	$t2$		$t1$	$t2$		$t1$
$s1$	4,3	2,7	0,4	$s1$	4,3	2,7	$s2$	5,5	5,-1	$s2$	5,5
$s2$	5,5	5,-1	-4,-2	$s2$	5,5	5,-1					

$$t2 > t3; \quad s2 > s1; \quad t1 > t2.$$

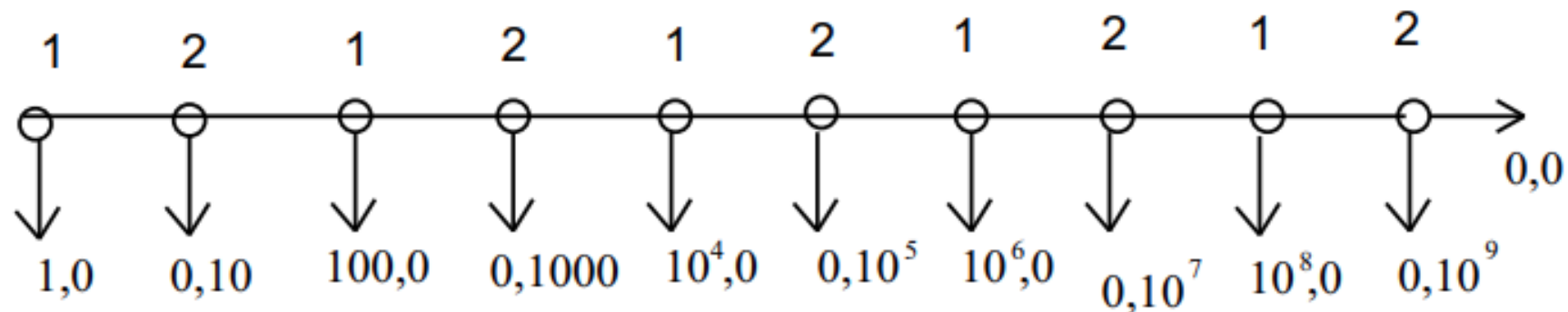
Обратная индукция (Алгоритм Цермело-Куна) – метод нахождения оптимальной последовательности действий, начиная с финальной вершины

Пример работы алгоритма Цермело-Куна



Парадокс обратной индукции

На первом ходу меценат предлагает 1-му президенту 1 доллар, который тот может принять или отказаться. В случае его отказа предложение переходит к другому президенту, но с 10-кратным увеличением и т.д.



Рассмотрим последний возможный ход 1-го. Согласно алгоритму, он должен принять предложение, иначе 2 заберет миллиард, но почему 1 не забрал тогда деньги ходом ранее?

Эквивалентные определения доминированности

1. Стратегия s доминируется, если для \forall “смешанной точки” $\mu \in \Delta(\Omega)$ найдется стратегия $s' \in S$, что $s(\mu) < s'(\mu)$.
2. Стратегия s доминируется, если найдется “смешанная” стратегия $\sigma \in \Delta(S)$, которая сильно доминирует s .