

## Семинар 9

1. Вычислите скалярный квадрат левого регулярного представления непосредственно и с помощью разложения регулярного представления в сумму неприводимых.
2. С помощью теории характеров вычислить кратность вхождения неприводимого комплексного представления конечной группы в ее регулярное представление.
3. Составьте таблицу характеров группы  $S_3$  и с ее помощью вычислите спектр тензорного квадрата двумерного неприводимого представления этой группы.
4. Пусть  $\tau$  – неприводимое  $N$ -мерное комплексное представление конечной группы  $G$ . Доказать, что  $\sum \chi_\tau(g^{-1})\tau(g) = (|G|/N)E$ , где суммирование происходит по группе  $G$ .
5. Доказать, что характеры конечной абелевой группы  $G$  в свою очередь образуют абелеву группу с естественной операцией умножения характеров. Эта абелева группа называется группой характеров группы  $G$ . Найти группу характеров для групп:  $\mathbb{Z}_5, \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_7$ .
6. Пусть  $g_1, g_2$  – два разных элемента конечной абелевой группы. Доказать, что у этой группы существует такой характер  $\chi$ , для которого  $\chi(g_1) \neq \chi(g_2)$ .