Рафинирование равновесий для развернутой формы

Алексеев Павел

НИУ ВШЭ

Москва, 2020

Строгие равновесия

Строгие равновесия

Что не так с равновесиями Нэша?

Есть глупые равновесия. Рассмотрим пример: Выборы между кандидатами А и В тремя избирателями простым большинством. Если все больше любят А, но все голосуют за Б, это все равно равновесие, т.к. индиваидуальное отклонение ничего не меняет.

Строгие равновесия

Что не так с равновесиями Нэша?

Есть глупые равновесия. Рассмотрим пример: Выборы между кандидатами А и В тремя избирателями простым большинством. Если все больше любят А, но все голосуют за Б, это все равно равновесие, т.к. индиваидуальное отклонение ничего не меняет.

Как исправить?

Можно попробовать искать такие равновесия, в которых лучший исход однозначен для каждого игрока

Строгие равновесия

Что не так с равновесиями Нэша?

Есть глупые равновесия. Рассмотрим пример: Выборы между кандидатами А и В тремя избирателями простым большинством. Если все больше любят А, но все голосуют за Б, это все равно равновесие, т.к. индиваидуальное отклонение ничего не меняет.

Как исправить?

Можно попробовать искать такие равновесия, в которых лучший исход однозначен для каждого игрока

Какие с этим проблемы?

Оно не всегда существует

Строгие равновесия

Строгие равновесия

Определение

Профиль стратегий $(s_i^*) \in S_N$ называется **строгим равновесием**, если для любого игрока i стратегия s_i^* является наилучшим ответом не только на s_{-i}^* но и на любой набор s_{-i}, где $s_j \in Best_j(s_{-j}^*)$

Строгие равновесия

Определение

Профиль стратегий $(s_i^*) \in S_N$ называется **строгим равновесием**, если для любого игрока i стратегия s_i^* является наилучшим ответом не только на s_{-i}^* но и на любой набор s_{-i}, где $s_j \in Best_j(s_{-j}^*)$

Недостаток

Такие равновесия тоже не всегда существуют, пример - орлянка:

	t1	t2
s1	1,-1	-1,1
s2	-1,1	1,-1

Строгие равновесия

Определение

Профиль стратегий $(s_i^*) \in S_N$ называется **строгим равновесием**, если для любого игрока i стратегия s_i^* является наилучшим ответом не только на s_{-i}^*, но и на любой набор s_{-i}, где $s_j \in Best_j(s_{-j}^*)$

Недостаток

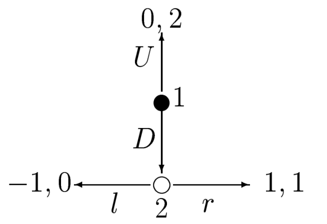
Такие равновесия тоже не всегда существуют, пример - орлянка:

	t1	t2
s1	1,-1	-1,1
s2	-1,1	1,-1

Неправдоподобные угрозы

Рассмотрим игру:

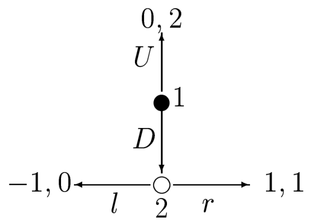
1 - компания-агрессор 2 - компания-монополист



Неправдоподобные угрозы

Рассмотрим игру:

1 - компания-агрессор 2 - компания-монополист



Алгоригм Цермело-Куна дает равновесие (D, r) с выигрышами $(1, 1)$. Другое равновесие: (U, l) с выигрышами $(0, 2)$.

Неправдоподобные обещания

Неправдоподобные обещания

Фирма обещает покупателям выпустить ограниченное число изделий. Покупатели заинтересованы в раритете. Где гарантия что фирма не захочет выпустить больше?

Неправдоподобные обещания

Фирма обещает покупателям выпустить ограниченное число изделий. Покупатели заинтересованы в раритете. Где гарантия что фирма не захочет выпустить больше?

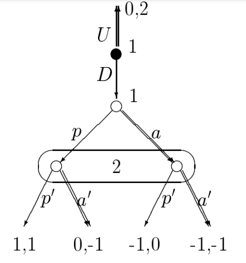
Джон похитил Мэри и готов отпустить ее за умеренный выкуп, но боится, что после освобождения она заложит его. Мэри чистосердечно обещает ему, что не сдаст, но где гарантии?

Рафинирование равновесий Нэша

Общая идея: принимать в расчёт в том числе невероятные события, которые имеют нулевую вероятность при движении по равновесному пути.

Общая идея: принимать в расчёт в том числе невероятные события, которые имеют нулевую вероятность при движении по равновесному пути.

Рассмотрим игру, в которой у агрессора так же есть выбор, как действовать.



Совершенные равновесия

Идея совершенства - оптимальность поведения во всех подыграх, чтобы равновесие оставалось равновесием начиная с любой позиции, независимо от того, сколь ничтожна вероятность попадания в эту позицию.

Совершенные равновесия

Идея совершенства - оптимальность поведения во всех подыграх, чтобы равновесие оставалось равновесием начиная с любой позиции, независимо от того, сколь ничтожна вероятность попадания в эту позицию.

Вопрос: а что такое подыгра?

Совершенные равновесия

Идея совершенства - оптимальность поведения во всех подыграх, чтобы равновесие оставалось равновесием начиная с любой позиции, независимо от того, сколь ничтожна вероятность попадания в эту позицию.

Вопрос: а что такое подыгра?

Пусть t - вершина дерева игры, и $G(t)$ - множество вершин, следующих за t. Если для любой вершины $t' \in G(t)$ все информационное множество $h(t')$ лежит внутри $G(t)$, то t определяет подыгру $G(t)$ с началом в t.

Совершенные равновесия

Идея совершенства - оптимальность поведения во всех подыграх, чтобы равновесие оставалось равновесием начиная с любой позиции, независимо от того, сколь ничтожна вероятность попадания в эту позицию.

Вопрос: а что такое подыгра?

Пусть t - вершина дерева игры, и $G(t)$ - множество вершин, следующих за t. Если для любой вершины $t' \in G(t)$ все информационное множество $h(t')$ лежит внутри $G(t)$, то t определяет подыгру $G(t)$ с началом в t.

Определение

Профиль поведенческих стратегий называется совершенным равновесием (относительно подыгр), если его ограничение на любую подыгру является равновесием Нэша

Свойства совершенных равновесий

Исходная игра - тоже подыгра => совершенное равновесие является равновесием Нэша

Свойства совершенных равновесий

Исходная игра - тоже подыгра => совершенное равновесие является равновесием Нэша

Подыгра любой подыгры игры G является подыгрой игры G. Поэтому совершенное равновесие остается совершенным равновесием в любой подыгре.

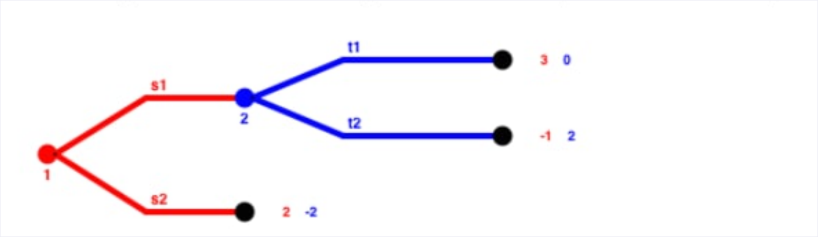
Как искать совершенное равновесие?

Нужно, как в методе обратной индукции, начинать с конца, в каждой терминальной подыгре находить равновесия, и ставить в начало этих подыгр один из получающихся исходов.

Как искать совершенное равновесие?

Нужно, как в методе обратной индукции, начинать с конца, в каждой терминальной подыгре находить равновесия, и ставить в начало этих подыгр один из получающихся исходов.

Пример:



Существование совершенного равновесия

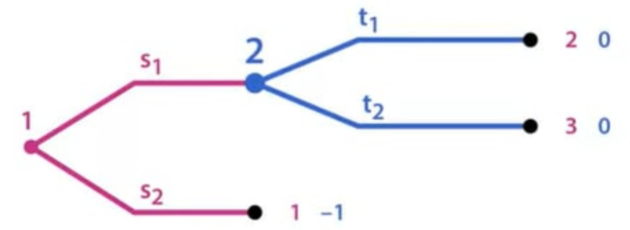
Теорема Цермело

В любой конечной последовательной игре с полной информацией существует равновесие Нэша, совершенное на подыграх.

Теорема Цермело

В любой конечной последовательной игре с полной информацией существует равновесие Нэша, совершенное на подыграх.

Это равновесие не всегда единственно:



Примеры

Дуополия Штакельберга

Есть две фирмы. Сначала первая фирма выбирает свой выпуск q_1, после нее выпуск q_2 выбирает вторая. Цена на рвынке определеяется форумлой $p = 1 - q_1 - q_2$. Стратегия первой фирмы - $q_1 \in [0, 1)$, стратегия второй - $q_2(q_1)$ - некоторая функция от выпуска первой фирмы.

Примеры

Дуополия Штакельберга

Есть две фирмы. Сначала первая фирма выбирает свой выпуск q_1, после нее выпуск q_2 выбирает вторая. Цена на рвынке определеяется форумлой $p = 1 - q_1 - q_2$. Стратегия первой фирмы - $q_1 \in [0, 1)$, стратегия второй - $q_2(q_1)$ - некоторая функция от выпуска первой фирмы.

Поиск равновеия

Вторая фирма знает, что первая произвела q_1. Её прибыль -

$$\pi_2 = (1 - q_1 - q_2)q_2$$

Максимизируя по q_2, находим, что $q_2^* = \frac{1-q_1}{2}$. Тогда первая фирма максимизирует функцию прибыли
$\pi_1 = (1 - q_1 - \frac{1-q_1}{2})q_1$, откуда $q_1^* = \frac{1}{2}$.
То есть совершенное равновесие - $(\frac{1}{2}, \frac{1-q_1}{2})$