

Семинар 10

1. Решить кубическое уравнение $X^3 + 3X - 10 = 0$.
2. Найти минимальный многочлен и степень числа $(\sqrt{5} - 1)/2$ над полем рациональных чисел \mathbb{Q} .
3. Доказать, что числа вида $a_0 + a_1 2^{1/3} + a_2 4^{1/3}$, $a_i \in \mathbb{Q}$ образуют поле. Найти степень этого поля над полем \mathbb{Q} .
4. Освободиться от иррациональности в знаменателе $1/(-1 + 2^{1/3} + 2 \cdot 4^{1/3})$.
5. Найти минимальный многочлен с рациональными коэффициентами, имеющий своим корнем число $\sqrt{5} - \sqrt{7}$.
6. Найдите группу автоморфизмов
 - а) кольца целых чисел;
 - б) поля рациональных чисел;
 - в) конечного поля из p элементов, где p – простое число.
7. Попробуйте доказать, что группа автоморфизмов кольца многочленов $K[X]$ над полем K изоморфна группе аффинных преобразований аффинной прямой над этим полем (группа автоморфизмов поля рациональных функций $K(X)$ изоморфна группе проективных преобразований проективной прямой, но это уже труднее).