

Семинар 12

1. Найти степень поля $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ над полем рациональных чисел \mathbb{Q} .
2. Доказать, что $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$.
3. Присоединим к полю рациональных чисел все комплексные корни из единицы степени N . Чему равна степень этого расширения для $N = 3, 4, 5, 6$?
4. Найти группу автоморфизмов каждого поля из задачи 3.
5. Лежит ли число i в поле, полученном присоединением к полю \mathbb{Q} всех корней 5-ой степени из единицы?
6. Для каждого из следующих многочленов указать его поле разложения над \mathbb{Q} :
 - a) $X^4 - X^2 + 1$;
 - b) $X^6 - 2$;
 - c) $X^4 + 2$.
- 7*. (для любителей долгих вычислений) Найти степень поля $\mathbb{Q}(\cos(2\pi/7))$ над \mathbb{Q} .