

## Семинар 10.

Всюду предполагается, что  $\text{char } k \neq 2$ .

**Задача 1.** Как мы знаем, всякое проективное преобразование  $f : \mathbb{P}^1 \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}^1$  в аффинной координате  $x$  на  $\mathbb{P}^1$  задается как дробно-линейное преобразование  $x' = \frac{ax+b}{cx+d}$ , где матрица  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  невырождена. Найдите условие на коэффициенты матрицы  $A$ , необходимое и достаточное для того, чтобы преобразование  $f$  было инволюцией.

**Задача 2.** Пусть  $A$  - вырожденная ненулевая  $(3 \times 3)$ -матрица, т.е. имеет место один из двух случаев: (а) ранг матрицы  $A$  равен 2, либо (б) ранг матрицы  $A$  равен 1. Рассмотрим конику  $\mathcal{C}$  с уравнением  $x^T A x = 0$ . Что такое двойственная к  $\mathcal{C}$  коника  $\check{\mathcal{C}}$  в каждом из случаев (а) и (б)?

**Задача 3.** Сформулируйте теорему, двойственную к теореме Паскаля.

**Задача 4.** Как нам известно, для построения невырожденной коники  $\mathcal{C}$  по Штейнеру используется проективное соответствие  $f : \check{A} \xrightarrow{\sim} \check{B}$  между двумя пучками прямых  $\check{A}$  и  $\check{B}$  с центрами  $A$  и  $B$ ,  $A \neq B$ , такое, что  $f(l) \neq l$ , где  $l = AB$ . Как расположена прямая  $f(l)$  по отношению к конике  $\mathcal{C}$ ?

**Задача 5.** В теореме Паскаля для невырожденной коники  $\mathcal{C}$  и точек  $A, B, C, A_1, B_1, C_1$  возможны ли совпадения каких-либо из этих точек? Рассмотрите конкретные случаи. Как в этих случаях формулируется теорема Паскаля?