

Стабильные матчинги, или совершенные паросочетания (marriage problem)



Василий Короленков, семинар “Математическая теория игр и справедливое распределение”, ВШЭ 2020

Что такое предпочтение?

Пусть есть множество агентов $A = \{a_1, \dots, a_n\}$

Сопоставим каждому его элементу линейный порядок на A .

$$a_i : a_{i_1} \succ a_{i_2} \succ \dots \succ a_{i_n}$$

Как устроены матчинги?

Есть два множества M и W .

m_i : лжи на $W \cup \{m_i\}$
 w_i : лжи на $M \cup \{w_i\}$ } предпочтения

Матчинг — множество пар $\langle a_i, b_i \rangle$, где

$b_i \in \text{предп. } a_i$

Стабильный матчинг

1.) Индивидуальная рациональность

(m_1, w_1)

$m_1: w_1 > m_1$

$w_1: w_1 > m_1$

2.) Парная рациональность

$m_1: w_1 > w_2 > m_1$

$m_2: w_1 > w_2 > m_2$

$w_1: m_1 > m_2 > w_1$

$w_2: m_1 > m_2 > w_2$

(m_1, w_2)

(m_2, w_1)

Всегда ли существует стабильный матчнинг?

Дэвид Гейл, Ллойд Шепли (1962)

Алгоритм отсроченного принятия решения

$$m_1: w_1 > w_2 > m_1$$

$$m_2: \cancel{w_1} > w_2 > m_2$$

$$w_1: m_1 > m_2 > w_1$$

$$w_2: m_1 > m_2 > w_2$$

1.) Каждый мужчина
делает предложение 1-й
женщ. из списка своих предп.

2.) Каждая женщина выбирает

$(w_1, w_1) \leftarrow (w_1, m_1)$ мужчину из альтернатив.

$(w_2, w_2) \quad (w_2, m_2)$ 3.) Все отвергнутые мужчинами
исключают отвергнутую из своих списков
и возвр. к шагу 1.

Алгоритм отсроченного принятия решения:
свойства

Кому будет лучше?

$$m_1: w_1 > w_2 > m_1 > w_3 > w_4$$

$$m_2: w_2 > w_1 > m_2 > w_4 > w_3$$

$$m_3: w_3 > w_4 > m_3 > w_1 > w_2$$

$$m_4: w_4 > w_3 > m_4 > w_2 > w_1$$

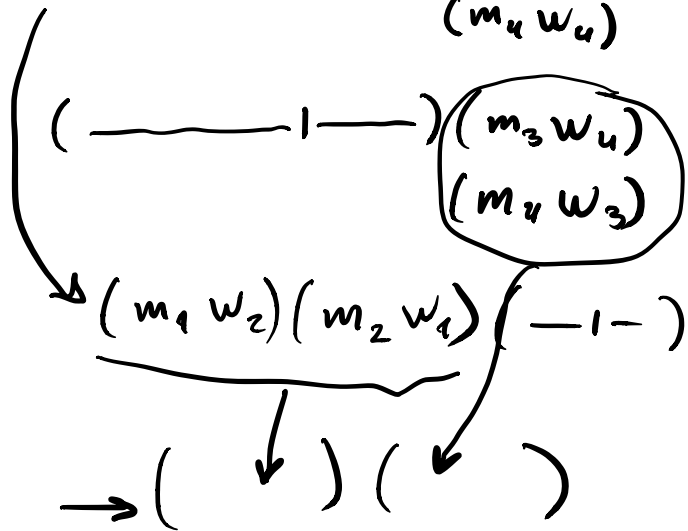
$$w_1: m_2 > m_1 > w_1 > m_4 > m_3$$

$$w_2: m_1 > m_2 > w_2 > m_3 > m_4$$

$$w_3: m_4 > m_3 > w_3 > m_2 > m_1$$

$$w_4: m_3 > m_4 > w_4 > m_1 > m_2$$

$$\rightarrow (m_1 w_1) (m_2 w_2) (m_3 w_3) \\ (m_4 w_4)$$



$$\underline{\underline{O(|M| \cdot |w|)}}$$

Манипуляции

$$m_1: \cancel{w_3} > \cancel{w_2} > w_1 > m_1$$

$$m_2: \cancel{w_2} > w_3 > w_1 > m_2$$

$$m_3: \cancel{w_3} > w_2 > w_1 > m_3$$

$$w_1: m_2 > m_3 > m_1 > \cancel{w_1}$$

$$w_2: m_3 > m_2 > m_1 > \cancel{w_2}$$

$$w_3: m_2 > m_3 > m_1 > \cancel{w_3}$$

$$m_3 > \underline{w_2} > \underline{m_2} > m_1$$

M-proposing DAA

$m_1 w_1$

$m_2 w_2$

$m_3 w_3$

(m_3, w_3)

(m_2, w_2)

(m_1, w_1)

~~(m_3, w_3)~~

m_1, m_2

(m_2, w_3)

m_1, m_3

(m_1, w_1)

(m_3, w_2)

Обобщение: задача о соседях по комнате

$m_1: m_2 > w_1 > w_2 > m_1$
 $m_2: w_1 > m_1 > w_2 > m_2$
 $w_1: m_1 > m_2 > w_2 > w_1$
 $w_2: m_1 > m_2 > w_1 > w_2$

m_1 w_2
| |
 m_2 w_1

Другие обобщения

Спасибо за внимание!

Вопросы?