

## Семинар 11.

Всюду предполагается, что  $\text{char } k \neq 2$ .

**Задача 1.** (а) Сколькими парами соответственных точек определяется инволюция на  $\mathbb{P}^1$ ?

(б) Стереографическая проекция  $\varphi : \mathcal{C} \xrightarrow{\sim} \mathbb{P}^1$  коники  $\mathcal{C}$  на прямую  $\mathbb{P}^1$  позволяет определить инволюцию  $f : \mathcal{C} \xrightarrow{\sim} \mathcal{C}$  на конике  $\mathcal{C}$  как композицию  $f = \varphi^{-1} \circ g \circ \varphi$ , где  $g$  - инволюция на  $\mathbb{P}^1$ . Пусть  $f$  - инволюция на конике  $\mathcal{C}$ . Как устроено множество прямых  $Xf(X)$ ,  $X \in \mathcal{C}$ ?

**Задача 2.** Как мы знаем, в теореме Брианшона возможно совпадение двух и более точек касания в описанном около коники 6-угольнике. Тем самым, 6-угольник, описанный около коники, может вырождаться, например, в 5-угольник, 4-угольник и 3-угольник.

(а) Сформулируйте теорему Брианшона для описанного около коники 4-угольника.

(б) Сформулируйте теорему Брианшона для описанного около коники 3-угольника.

**Задача 3.** Даны три различные точки  $A, B, C$  на невырожденной конике  $\mathcal{C}$ . Рассмотрим треугольник  $A'B'C'$ , образованный касательными в точках  $A, B, C$ . Пусть  $\{A, A_1\} = (AA') \cap \mathcal{C}$ ,  $\{B, B_1\} = (BB') \cap \mathcal{C}$ ,  $\{C, C_1\} = (CC') \cap \mathcal{C}$ . Итак, по тройке точек  $A, B, C$  построена новая тройка точек  $A_1, B_1, C_1$  на  $\mathcal{C}$ . Покажите, что соответствие  $\{A, B, C\} \rightsquigarrow \{A_1, B_1, C_1\}$  взаимно.

**Задача 4.** Даны невырожденная коника  $\mathcal{C}$ , точка  $S \notin \mathcal{C}$  и прямые  $a, b, c, d$  через точку  $S$ , пересекающие конику  $\mathcal{C}$  в точках  $A, A_1, B, B_1, C, C_1, D, D_1$  соответственно. Как связаны между собой двойные отношения  $(ABCD)$  и  $(A_1B_1C_1D_1)$ ?