

## Семинар 13

(для подготовки к дистанционной контрольной 22 декабря 2020 года)

Начало в 11 утра. 2 задачи про представления и одна про числа.

1 Пусть  $g$  – любой элемент конечной группы, отличный от единичного. Доказать, что у группы есть неприводимое комплексное представление, характер которого принимает на этом элементе комплексное значение с отрицательной вещественной частью.

2. Понять, что если любой элемент конечной группы сопряжен своему обратному, то каждый комплексный характер этой группы принимает вещественные значения. Привести пример группы, обладающей этим свойством и содержащей не меньше 3579 элементов. Сформулировать и доказать обратное утверждение.

3. Может ли характер представления некоторой группы порядка 8 принимать значения  $(1, -1, 2, 0, 0, -2, 0, 0)$ ?

4. Рассмотрим на группе  $S_3$  центральную функцию со значениями  $(6, -4, -4, -4, 3, 3)$ . Является ли эта функция характером какого-либо комплексного представления этой группы?

5. Исключить иррациональность в знаменателе:  $1/(1 - 2^{1/4} + 2^{1/2})$ .

6. Составить уравнение с рациональными коэффициентами, корнем которого является число  $t^2 + t + 1$ , если про число  $t$  известно, что  $t^3 - t - 1 = 0$ .